

Békéscsabai Andrássy Gyula Gimnázium és Kollégium

MATEMATIKA HELYI TANTERV



5600 Békéscsaba, Andrásy út 56.
OM kód: 028374



2023

Tartalomjegyzék

Továbbhaladás feltételei – alap óraszám (3+3+3+4)	1
Továbbhaladás feltételei – reál 9-10. évfolyam	3
Továbbhaladás feltételei emelt szintű érettségire felkészítő csoport a 11–12. évfolyamon emelt órászámmal	6
A tanulók értékelése	8
Továbbhaladás feltételei az egyéni tanrend szerint haladók esetén	10
Matematika fakultáció választása	10
NAT 2020 – Reál tagozat (9.-10. évfolyam)	12
NAT 2020 - emelt szintű érettségire felkészítő csoport 11. 12. évfolyam	45
NAT 2020 – 9.-12. évfolyam	105

Továbbhaladás feltételei – Nat 2020 (3+3+3+4)

9. évfolyam

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolútértékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolútérték, $\frac{a}{x}$ tulajdonságaiban)
- Képes képlettel megadott függvényt transzformáció segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

10. évfolyam

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani közepét.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

11. évfolyam

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmosus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Képes egyszerű valószínűségi feladatok megoldására.
- Adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- Hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- Ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- Felismeri grafikus manipulációkat diagramok esetén

12. évfolyam

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud egyszerű kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezősz felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.

- Képes nagyon egyszerű abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott egyszerű függvényeket
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.
- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket egyszerű feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Egyszerű feladatokban jól alkalmazza a klasszikus valószínűség-számítási modellt

Nat2020 – 4+4

9. évfolyam

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolút értékének fogalmát, alkalmazza a számok normálalakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alapművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Ismeri a 3-mal és a 9-cel való oszthatóság feltételét.
- Képes számok prímtényezőkre való bontására.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolút érték, $\frac{a}{x}$) tulajdonságaiban
- Képes képlettel megadott függvényt értéktáblázat segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.

- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiagram adatait

10. évfolyam

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Meg tud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenlet megoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Pontosan tudja a szögfüggvények definícióját.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszög hasonlósági alapeseteit ismerete, és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

MATEMATIKA emelt szintű érettségire felkészítő csoport a 11–12. évfolyamon emelt óraszámmal

11. évfolyam

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.

- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.
- Képes valószínűségi feladatok megoldására.
- Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.
- Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.
- Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.
- Ismeri a függvény folytonosság és differenciálhatóság fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.
- Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

12. évfolyam

- Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.
- Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.
- Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.
- Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.
- Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.
- Különbséget tud tenni definíció és tétel között.
- Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.
- Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.
- Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.
- Tud prímtényezősz felbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.
- Ismeri a való számkör felépítését.
- Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.
- Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.
- Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.
- Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.
- Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenségeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.
- Képes nagyon egyszerű abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.
- Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.
- Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.
- Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.
- Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.
- Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.
- Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.

- Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.
- Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.
- Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.
- Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.
- Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.
- Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.
- Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.
- Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.
- Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.
- Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.
- Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.
- Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- számítsanak arra, hogy munkájuk elvégzése után **önértékelést** is kell végezniük;
- hallgassák meg **társaik értékelését** az adott szempontok alapján;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat

A **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor) megírása minden tanuló számára **kötelező**. Ha a tanuló tudja, hogy a témazáró dolgozat időpontjában más, indokolt elfoglaltsága van, akkor ezt a szaktanárnak **előzetesen jelzi**.

A félévi illetve év végi érdemjegy megállapítása a szaktanár döntése, hiszen a tanuló órai munkája, tantárgyhoz való hozzáállása is hozzájárul az értékeléshez (nincsenek kerekítési szabályok).

Továbbhaladás feltételei az egyéni tanrend szerint haladók esetén

Az egyéni tanrend szerint haladókra is az egyes évfolyamokra vonatkozó, a pedagógiai programban leírt követelmények vonatkoznak.

A követelmények teljesítése: A tanuló félévenként osztályozó vizsgát tesz. Az osztályozó vizsga anyagát a szaktanár – az előírt követelményeket figyelembe véve – jelöli ki. Az írásbeli vizsga feladatsorát a szaktanár készíti el.

A vizsga menete és értékelése: a matematika tantárgyra vonatkozó érettségi vizsga szabályzat szerint

Az írásbeli vizsga időtartama: 60 perc

Matematika fakultáció választása

Kinek javasoljuk:

a továbbtanulás esetén:

emelt matematika érettségi szeretne tenni

vagy nem szeretne emelt szintű érettségit tenni, de

műszaki

informatikai

gazdasági

matematikai szakokra történő jelentkezéshez

Mire készít:

emelt szintű matematika érettségire (természetesen a középszintűre is)

Az emelt szintű matematika érettségi követelményrendszere lényegesen több ismeretanyagot és sokkal nehezebb feladatokat tartalmaz, mint a középszintű érettségi. Ezenkívül az emelt szintű matematika érettségin (a középszintűtől eltérően) szóbeli vizsga is van.

Milyen tudást várunk el:

nem javasoljuk a közepes, vagy annál rosszabb eredményű tanulóknak

javasoljuk, hogy a matematika emelt szintű fakultáció választás előtt a tanuló feltétlenül kérje ki a szaktanára véleményét arról, javasolja-e számára ezt a fakultációt

Hogyan kell majd felkészülni ezekre az órákra:

Az órai anyag a tanuló füzetében mindig legyen meg, hiányzás esetén felszólítás nélkül pótolja az elmaradt órák tananyagát. A definíciókat, tételeket meg kell tudni fogalmazni egész mondatban. A tételek bizonyítását is tudni kell.

Az emelt szintű követelményeknek megfelelő nehézségű feladatok megoldását napi rendszerességgel érdemes végezni. A szaktanár által kitűzött házi feladatokat minden órára meg kell oldani. Mind ezek feltétlenül szükségesek a megfelelő feladatmegoldó rutin megszerzéséhez.

Minden órán legyen a tanulónak számológépe (nem telefon!), a tanár által előírt füzete, tankönyve, feladatgyűjteménye, függvénytáblázata.

Hogyan kap osztályzatot:

A matematika emelt fakultációk tömbösített órák, nincs alap óra és fakultációs óra külön, így minden osztályzatot egy szaktanártól kap a tanuló.

11. évfolyamon heti 5 óra, 12. évfolyamon heti 7 óra a tantárgy óraszám. Ezekben az órákon a középszintű tananyagnál lényegesen több ismeretet kell elsajátítani, nehezebb, összetettebb feladatokat kell tudni megoldani. (A magasabb óraszám tehát nem arra szolgál, hogy a középszintű tananyagot mélyítse el, az esetleges lemaradásokat pótolja)

A tanuló a tudását 2-3 hetente írt dolgozatokkal ellenőrzi a szaktanár. Ezekben a dolgozatokban az elmélet és a feladatmegoldás is szerepel. Ezenkívül a diákok kaphatnak kötelezően megoldandó házi dolgozatot, gyűjtő- vagy projektmunka feladatot, amelyeket szintén értékeli a szaktanár.

Fakultációváltás:

Az elsajátítandó tananyag ütemezése is egészen más, mint középszinten, így a középszintből emelt szintre illetve vissza csoportváltás is komoly problémát okoz.

Amennyiben a tanuló a 11. évfolyam után szeretne középszintű csoportból emelt szintű csoportba átmenni, az adott szaktanár által kijelölt tananyagból különbözeti vizsgát tesz (az osztályozó vizsga leírása szerint). Az emelt szintű csoportba kerülés feltétele a legalább 4 (jó) eredményű különbözeti vizsga.

Emelt szintű csoportból középszintű csoportba a házirendben leírtak szerint mehet a tanuló. Abba a matematika csoportba kerül vissza, amelyikben korábban tanult. (Nem választhatja meg, hová szeretne kerülni.)

Házirendből:

2. A tanuló döntése előtt minden esetben **kérje ki szaktanárai véleményét!**
3. Az emelt szintű érettségi felkészítőn való tanulói részvételt a legalább közepes félévi és tanév végi osztályzattal rendelkező tanulóknak javasolt.
6. A választott tantárgy módosítása, azaz átjelentkezés másik csoportba az alábbi feltételekkel lehetséges:
 - az adott tanév szeptember 15-éig, illetve az adott tanév második félévének első két hetében indoklás nélkül, új kérelem kitöltésével;
 - indokolt esetben tanév közben csak intézményvezetői engedéllyel, a szülő által aláírt írásbeli kérvény alapján legfeljebb egy alkalommal;a különbözeti vizsga szükségességéről az érintett szaktanár dönt.
7. Az eljárás vonatkozik a vendégtanulókra is.

MATEMATIKA
9 - 10. ÉVFOLYAM
(REÁL TAGOZAT)
4 - 4 ÓRA

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszerről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítője; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytani, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó

ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunktól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségeihez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk, játékok, internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematika-tanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a

matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése. A NAT néhány matematikus ismeretét előírja a tanulók számára: Euklidész, Pitagorasz, Descartes, Bolyai Farkas, Bolyai János, Thalész, Euler, Gauss, Pascal, Cantor, Erdős, Neumann. A kerettanterv ezen kívül is sok helyen hívja fel a tananyag matematikatörténeti érdekességeire a figyelmet. Ebből a tanárkollégák csoportjuk jellegének megfelelően szabadon válogathatnak.

A matematika oktatása elképzelhetetlen állítások, tételek bizonyítása nélkül. Hogy a tananyagban szereplő tételek beláttatása során milyen elfogadott igazságokból indulunk ki, s mennyire részletezünk egy bizonyítást, nagymértékben függ az állítás súlyától, a csoport befogadó képességétől, a rendelkezésre álló időtől stb. Ami fontos, az a bizonyítás iránti igény felkeltése, a logikai levezetés szükségességének megértetése. Ennek mikéntjét a helyi tantervre támaszkodva mindig a szaktanárnak kell eldöntenie, ezért a tantervben a tételek megnevezése mellett nem szerepel utalás a bizonyításra. A fejlesztési cél elérése szempontjából - egy adott tanulói közösség számára - nem feltétlenül a tantervben szereplő (nevesített) tételek a legalkalmasabbak bizonyítás bemutatására, gyakorlására.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzó tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Elsődleges célunk, hogy a tanulók szemléletét, gondolkodásmódját fejlesszük. Azt a lehetőséget, hogy ezt a tantervet a matematika iránt érdeklődő tanulók számára választják, és azt, hogy itt heti négy óra áll rendelkezésre a matematika elsajátítására, nem arra kívánjuk fordítani, hogy a speciális matematika tagozatos osztályokéhoz közelítő mértékben bővítsük a középiskolai anyagot, hanem olyan új ismereteket építettünk be, amelyek a szemléletfejlesztéshez, az összefüggések könnyebb felismeréséhez, a tantárgy

megszerettetéséhez szükségesek. Mindez nem azt jelenti, hogy az eredményesség növelése másodrangú cél lenne. Sőt, így maradt idő hatékonyabb, de időigényes módszerek (pl. önálló felfedeztetés, differenciált feladatok) alkalmazására, egy-egy felmerülő probléma részletesebb elemzésére. A tapasztalatok azt mutatták, hogy a fenti célú mérsékelt tananyag-növekedés az elért szemléletfejlődéssel és a megnövekedett gyakorlási idővel jelentős teljesítményjavulást eredményez.

A helyi tanterv alapjául szolgáló kerettanterv

Kerettanterv a gimnáziumok 9-12. évfolyamára / Matematika

A tankönyvek kiválasztásának elvei

A matematika tantárgy tanításához a tanulók életkori sajátosságait figyelembe vevő, a szaknyelv használatát az adott életkornak megfelelően alkalmazó taneszközök, tankönyvek közül lehetőleg olyanokat kell használni, amelyek lehetőséget biztosítanak a sokoldalú képességfejlesztésre, tartalmukban korszerűek és tananyagstruktúrában a tanulói ismeretszerzés sajátosságaihoz illeszkednek, ezért a tananyag eredményesebb elsajátítását teszik lehetővé.

A taneszköz kiválasztásánál érdemes előnyben részesíteni az alábbi jellemzőket, ha azok értelmezhetőek az adott taneszközzel:

- feladatokban gazdag,
- az egyéni haladást jól szolgáló, differenciált tanulást-tanítást támogató,
- az önálló tanulásra ösztönző, azt lehetővé tevő, tehát a tanulásirányítást jól megvalósító,
- legyen motiváló hatású, például matematikatörténeti kitekintés, utalás más tantárgyak tartalmára,
- tanultakat rendszerező és jól strukturált,
- tipográfiai jól szerkesztett (pl. ábrák, kiemelések), didaktikailag jól felépített tankönyveket.

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **írásbeli röpdolgozat** (egy vagy néhány óra anyagának számonkérése az adott napra való felkészültség mérésére, tartalma lehet elmélet és/vagy feladatmegoldás)
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);

- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka, házi feladat** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

Óraterv a kerettantervekhez – 9–10. évfolyam, gimnázium, reál				
Tantárgyak	9. évf.	10. évf.		
Matematika	4	4		

9–10. évfolyam

A matematika kerettantervnek ez a fejezete a négyosztályos gimnáziumok azon tanulóinak szól, akik matematikából emelt szintű képzést választottak. Ezért a tananyag összeállításánál feltételezhetjük, hogy az átlagosnál jobb képességű, érdeklődőbb tanulóknak szól. A normál osztályokéhoz képest kiegészítő elemek kerülnek a tananyagba. Egyrészt olyanok, amelyek a motivációt növelhetik (pl. matematikatörténeti vonatkozások, játékok). Ha ezek a témakörök nem is nyújtanak közvetlen segítséget a versenyeken, érettségien, vagy majd a felsőfokú oktatásban való eredményesebb szerepléshez, mégis, ezeket jobb és kevésbé erős csoportokban egyaránt érdemes komolyan venni, rendszeresen beiktatni, mert a tantárgyhoz való kötődésben bekövetkező pozitív változás miatt a ráfordított idő bőven megtérül.

Másrészt olyan tananyagelemeket is szerepeltetünk ezeken az évfolyamokon, amelyek magabiztosabbá teszik a tanulók ismereteit, kitekintést nyújtanak egy-egy témakör szélesebb körű alkalmazásaira, segíthetik a versenyeken való eredményesebb szereplésüket. Ezeket az ismereteket az osztály vagy csoport szintjének megfelelő mélységben tárgyaljuk. A kevésbé erős csoportokban sem javasoljuk ezek elhagyását, mert a szemlélet fejlesztéséhez fontosak. Ezeknél a kerettanterv általában szemléletes, bizonyítás nélküli tárgyalást javasol. Az erősebb csoportokban tárgyalhatjuk ezeket részletesebben, több feladattal.

A középiskola első két évfolyamán sok, korábban már szereplő ismeret, összefüggés, fogalom újra előkerül úgy, hogy a fogalmak definiálásán, az ismeretek igazolásán, rendszerezésén, kapcsolataik feltárásán és alkalmazási lehetőségeik megismerésén lesz a hangsúly. Ezért a tanulóknak meg kell ismerkedniük a tudományos feldolgozás alapvető módszereivel. (Mindenki által elfogadott alapelvek/axiómák, már bizonyított állítások, új sejtések, állítások megfogalmazása és azok igazolása, a fentiek összegzése, a nyitva maradt kérdések felsorolása, a következmények elemzése.)

A fenti célok az általános iskolai matematikatanítás céljaihoz képest jelentős többletet jelentenek. Fontos, hogy változatos módszertani megoldásokkal tegyük könnyebbé az átmenetet. Hasznosak lehetnek ebből a szempontból a matematikai alapú játékok is. A gyerekek szívesen játszanak. Nyerni akarnak, ezért természetes módon elemezni kezdik a szabályokat, lehetőségeket. Olyan következtetésekre jutnak, olyan elemzéseket végeznek, amilyeneket hagyományos feladatokkal nem tudnánk elérni. A geometria egyes területeinek (szimmetriák, aranymetszés) a művészetekben való alkalmazásait bemutatva világossá tehetjük a tanulók előtt, hogy a matematika a kultúra elválaszthatatlan része. A témakör egyes elemeihez kapcsolódva mutassuk be néhány matematikus életútját. Az ezekre a témákra fordított idő bőven megtérül az ennek következtében növekvő érdeklődés, javuló motiváció miatt.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jól tud problémákat megoldani. Gazdasági, sport témájú feladatokkal, számos geometriai és algebrai szélsőérték-feladattal lehet gyakorlati kérdésekre optimális megoldásokat keresni.

A középiskolás kor már alkalmassá teszi a tanulókat az önálló ismeretszerzésre. Legyen követelmény, hogy egyes adatoknak, fogalmaknak, ismereteknek könyvtárban, interneten nézzenek utána. Ez a kutatómunka hozzájárulhat a tanulók digitális kompetenciájának

fejlesztéséhez, ugyanezt szolgálhatja a geometriai és egyéb matematikai programok használata is.

9. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	15 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	50 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	24 óra
4. Geometria	45 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 15 óra + folyamatos
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközzellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet: Cantor.</i>	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok Descartes-szorzata. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése és értelmezése. Halmazműveletek tulajdonságai.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban.

		<i>Kémia</i> : anyagok csoportosítása.
Alaphalmaz és komplementer halmaz. Adott halmaz diszjunkt részhalmazokra bontása. Halmaz részhalmazainak a száma.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	<i>Biológia-egészségtan</i> : élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.
Halmaz elemszáma. Logikai szita.	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése.	
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen. Tizedes törtek átírása közösleges tört alakba és viszont.	<i>Informatika</i> : számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése és szemléltetése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz. Valós számok adott jegyre kerekítése, gyakorlati helyzetekben történő észszerű kerekítése.	
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok (kör, gömb, felező merőleges, szögfelező, középpárhuzamos, parabola).	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	<i>Vizuális kultúra</i> : a tér ábrázolása. <i>Informatika</i> : tantárgyi szimulációs programok használata.
Állítások. Logikai műveletek: „nem”, „és”, „megengedő vagy”, „kizáró vagy”, „ha... akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A halmazműveletek és a logikai műveletek közötti kapcsolat felismerése. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	

<p>Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)</p>	<p>Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>
<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Nytott mondatok igazsághalmaza, szemléltetés módjai.</p>	<p>A „minden” és a „van olyan” helyes használata. Halmazok eszközjellegű használata.</p>	
<p>A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.</p>	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.</p>
<p>Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.</p>	<p>Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.</p>	
<p>Bizonyítás. Bizonyítási módszerek (indirekt, skatulyaelv, teljes indukció,...).</p>	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>

	helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Tétel, bizonyítás. Igaz – hamis. Logikai művelet („nem”, „és”, „vagy”, „vagy...”, „vagy”, „ha ...”, „akkor ...”, „akkor és csak akkor”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Alapfogalom, definíció. Racionális szám, irracionális szám, valós szám, nyílt intervallum, zárt intervallum, abszolút érték, ellentett, reciprok.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 50 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján elsőfokú egyismeretlenes egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Egyenes és fordított arányosság.	Korábbi ismeretekre való emlékezés. Fogalmak használata valódi élethelyzetekkel kapcsolatos feladatokban.		
Százalékszámítás.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	<i>Gazdasági ismeretek:</i> pénzügyi fogalmak, gazdasági folyamatok.	
Valós számok hatványozása pozitív egész kitevőre. Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.		
A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	
Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> Neumann János.	A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.	<i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.	
Számok normálalakja.	Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek	

	normálalakban írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás.	becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.
Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.	
Elsőfokú egyenletre, egyenletrendszerre vezető szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetőség-e?).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszer-választás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.
$(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$; $(a+b+c)^2$ polinom alakja, $a^2 - b^2$, $a^3 \pm b^3$ szorzat alakja. Általánosítás n kitevőre. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Egyszerű másodfokú polinom átalakítása teljes négyzetté kiegészítéssel. Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.

kifejezések egyszerűbb alakra hozása.		
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése.
Elsőfokú egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása különböző módszerekkel (lebontogatás, mérlegelv, szorzattá alakítás, értelmezési tartomány és értékészlet vizsgálata, grafikus módszer). Alaphalmaz és megoldáshalmaz fogalmának ismerete. Paraméteres, törtes, diofantoszi egyenletek. Törtes egyenlőtlenségek.	Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása, kiegészítése. Módszerek, problémának megfelelő matematikai modell tudatos kiválasztása és alkalmazása. Megoldás ellenőrzése behelyettesítéssel, értékészlet vizsgálattal.	
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, egyenlő és ellentett együtthatók módszere, grafikus módszer).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	Hétköznapi nyelven megfogalmazott szövegből a matematikai tartalmú információk kigyűjtése, rendszerezése. A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok. <i>Gazdasági ismeretek:</i> pénzügyi és gazdasági tematikájú feladatok.
Abszolútértéket tartalmazó egyenletek.	Definíciókra való emlékezés. Függvényszemlélet erősítése.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Egyenes és fordított arányosság. Százalékalap, százaléérték, százalékláb. Hatványalap, hatványkitevő, hatvány. Normálalak. Összeg, tag, szorzat, tényező, egynemű kifejezés, együttható, teljes négyzet, polinom. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Mérlegelv.	

Tematikai egység/	3. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret
--------------------------	------------------------------------------------	-----------------

Fejlesztési cél	24 óra	
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Egyértelmű, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés. A függvény megadása, elemi tulajdonságai. (értelmezési tartomány, értékkészlet; zérushely, y tengelymetszet; korlátosság, helyi és abszolút minimum és maximum helye, értéke; monotonitás; periodicitás; paritás).	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Függvények ábrázolása táblázat alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára. Függvénytranszformációk.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Lineáris függvények hozzárendelési utasításának leolvasása grafikon alapján. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereire alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.
Az abszolútérték-függvény. Az $x \mapsto ax + b $ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$). Több abszolútérték-jelet tartalmazó függvények. $ f(x) $ transzformáció.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	
A négyzetgyökfüggvény. Az $x \mapsto \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai és transzformációi.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.

<p>A fordított arányosság függvénye. $x \mapsto \frac{a}{x}$ ($ax \neq 0$) grafikonja, tulajdonságai és transzformációi. Egész rész leválasztása, lineáris törtfüggvények.</p>	<p>Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).</p>	<p><i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Függvények alkalmazása.</p>	<p>Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés megfordítása és a megfordított hozzárendelés ábrázolása. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.</p>	<p><i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.</p>	<p>Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.</p>
<p>Az $x \mapsto ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $x \mapsto a(x-u)^2 + v$ alak segítségével.</p>	<p>Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.</p>
<p>Egészrész-, törtrész-, előjel-függvény.</p>	<p>Függvénytulajdonságok bővítése, transzformációk gyakorlása.</p>	
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Függvény, egyértelmű hozzárendelés, kölcsönösen egyértelmű hozzárendelés. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.</p>	

<p>Tematikai egység/ Fejlesztési cél</p>	<p>4. Geometria</p>	<p>Órakeret 45 óra</p>
-----------------------------------------------------	----------------------------	-----------------------------------

Előzetes tudás	Térelemek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Geometriai alapfogalmak. Térelemek, távolságok és szögek értelmezése, nevezetes szögpárok. (Folyamatosan a 9-10. évfolyamon.) A szakaszfelező merőleges, a szögfelező és a parabola, mint pontthalmazok tulajdonságai.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Alapvető összefüggések a háromszögek oldalai, szögei, oldalai és szögei között. A háromszög területe. A háromszög nevezetes vonalai, körei és pontjai. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvonalak, súlyvonalak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör, hozzáírt kör. <i>Matematikatörténet:</i> például az Euler-egyenes, Feuerbach-kör bemutatása (interaktív szerkesztőprogrammal).	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása. A tételek bizonyítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Speciális négyszögek (trapéz, húrtrapéz, paralelogramma, deltoid, rombusz, téglalap,	Fogalmak pontos ismerete, speciális négyszögek tulajdonságainak alkalmazása,	

négyszet) tulajdonságai.	területük kiszámítása.	
Konvex sokszögek általános tulajdonságai. Átlók száma, belső és külső szögek összege. Szabályos sokszög belső szögei.	Fogalmak alkotása specializálással: konvex sokszög, szabályos sokszög. Szabályos sokszög területe átdarabolással.	
Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő. Kör kerülete, területe.	Fogalmak pontos ismerete.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.
A körcikk, körszelet, körgyűrű területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatpárjainak vizsgálata.	
A szög mérése. A szög ívmértéke. Nevezetes szögpárok.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.
A kör érintője, kapcsolata az érintési pontba húzott sugárral. Külső pontból húzott érintőszakaszok egyenlő hosszúak.	Ismeretek alkalmazása számolási és szerkesztési feladatokban.	<i>Informatika:</i> dinamikus geometriai szoftver használata.
Thalész - tétel és megfordítása, alkalmazásuk. A matematika, mint kulturális örökség. Érintőnégyzetek tétele és megfordítása. Érintősokszögek.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	
Pitagorasz-tétel és megfordítása, alkalmazásuk. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszerezése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása. Háromszög területének kiszámítása.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.

Geometriai hozzárendelések.		<i>Fizika:</i> fényképezés
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom. Egyszerű vektorműveletek ismerete, alkalmazása. Vektorok felbontása összetevőkre. Szimmetrián alapuló játékok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása. Egybevágósági transzformációk egymás utáni végrehajtása.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.
Egybevágóság, szimmetria. Háromszögek egybevágóságának alapesetei, sokszögek egybevágósága.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban. Gyakorlati feladatok megoldása egybevágóságok segítségével.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriáik szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.
Egyszerű szerkesztési feladatok, diszkusszió.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, szerkeszthetőség feltételének vizsgálata, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont, szögtartomány, hajlásszög, párhuzamos, merőleges, pótszögek, mellékszögek, kiegészítő szögek, csúcshögek, egyállású szögek, váltószögek, szakaszfelező merőleges, szögfelező. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Középponti szög, körív, körcikk, körgyűrű, körszelet, érintőszakaszok. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Vektor, vektorművelet.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret 10 óra
----------------------------------------------	-------------------------------------	----------------------------

Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatgyűjtés tervezése, adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való megjelölése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése, értelmezése, megfelelő diagramtípus kiválasztása. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információgyűjtés, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárási, éghajlati és gazdasági statisztikák.
Adatsokaságok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése, grafikus manipulációk felismerése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.
Kulcsfogalmak/fogalmak	Adat. Diagramok (oszlopdiagram, kördiagram), táblázat. Módusz, medián, átlag, terjedelem. Gyakoriság, relatív gyakoriság.	

A fejlesztés várt eredményei a 9. osztály végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Bizonyítási módszerek ismerete, a logikai szita és a skatulyaelv magabiztos használata feladatmegoldás során. – Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban. – Konstruktív feladatok megoldás, lehetetlenség bizonyítása. <p><i>Számтан, algebra</i></p>
--------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

- Algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes elsőfokú egyenlőtlenség megoldása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékkészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Térelemek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes pontthalmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok; két egybevágó alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).
- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel.
- Érintőnégszögek, érintősokszögek ismerete. Érintőnégszögek tétele és megfordítása.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Vektor fogalmának ismerete; három új művelet ismerete: vektorok összeadása, kivonása, vektor szorzása valós számmal.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete;

	<p>valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.</p> <ul style="list-style-type: none"> – A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége. – A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni. – A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre. <p><i>Valószínűség, statisztika</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása. – Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése. – Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának, terjedelmének értelmezése, meghatározása. – A statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábráról adatsokaság jellemzőit leolvasni.
--	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

10. évfolyam

Tematikai egység címe	órakeret
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	24 óra + folyamatos
2. Számтан, algebra	60 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	10 óra
4. Geometria	30 óra
5. Valószínűség, statisztika	20 óra
Az összes óraszám	144 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret 24 óra
Előzetes tudás	Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. A matematikai tételek, állítások szerkezete. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétel.
Állítás, tétel és megfordítása. Szükséges és elégséges feltétel. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját)	

	állítások, tételek jelentésének elemzése.	
Bizonyítás. Bizonyítási módszerek, jellegzetes gondolatmenetek (indirekt módszer, skatulya-elv, teljes indukció) konkrét példákon keresztül.	Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje). Következtetés megítélése helyessége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés. Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése. Példák a hétköznapokból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.	<i>Etika</i> : a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.
Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha... akkor”. (Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)	Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentéstartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.	
Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)	Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.	<i>Magyar nyelv és irodalom</i> : szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat</i> : egészséges életmódra és a családi életre nevelés.
Kombinatorikai feladatok:	Rendszerezés: az esetek	<i>Informatika</i> : problémamegoldás

<p>leszámlálás, sorbarendezés, kiválasztás, ismétlés nélküli és ismétléses egyaránt. Gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban. Pascal-háromszög. A binomiális együtthatók tulajdonságai. Binomiális tétel.</p>	<p>összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p>	<p>táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p>
<p>A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám; egyszerű, összefüggő). Fokszámtétel. Fagráf. Egyszerű hálózat szemléltetése. Gráfokkal kapcsolatos nevezetes problémák (pl. Königsbergi hidak).</p>	<p>Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Modellalkotás. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.</p>	<p><i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.</p>
<p>Kulcsfogalmak/ fogalmak</p>	<p>Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Feltétel és következmény. Szükséges és elégséges feltétel. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.</p>	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra		Órakeret 60 óra
Előzetes tudás	Egész kitevőjű hatványozás. Számolás algebrai kifejezésekkel. Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyenlőtlenség. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Első- és másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai. Négyzetgyökös kifejezések átalakítása.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben. Gyökjel alól kihozatal, nevező gyöktelenítése.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet. A másodfokú egyenlet diszkriminánsa, a diszkrimináns előjele és a (valós) megoldások száma közötti összefüggés.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés, grafikus módszer). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	
Másodfokú egyenletre vezető matematikai vagy hétköznapi nyelven megfogalmazott gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Adott problémához megoldási stratégia, algoritmus választása, készítése, matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	
Gyöktényezős alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.		
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenőrzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.		

Másodfokúra visszavezethető magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	
Négyzetgyökös egyenletek.	Megoldások ellenőrzése.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	
Másodfokú egyenlőtlenségek.	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása (grafikusan). Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés. Paraméteres másodfokú egyenletek.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására. Egyéb nevezetes közepek két változóra.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Másodfokú egyenlet, megoldóképlet, diszkrimináns. Gyöktényezős alak. Ekvivalens átalakítás. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép. Szélsőérték.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok		Órakeret 10 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Függvények alkalmazása másodfokú és gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldására; másodfokú függvényre vezető szélsőérték-feladatok.	Függvénytulajdonságok tudatos használata.		
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Grafikus megoldás.		

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria		Órakeret 30 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
A körrel kapcsolatos ismeretek bővítése: kerületi és középponti szög fogalma, kerületi szögek tétele; húrnégyszög fogalma, húrnégyszögek tétele. Látószög; látószöggörv mint speciális pontthalmaz (Thalész tételének általánosítása).	Korábbi ismeretek felelevenítése, új ismeretek beillesztése a korábbi ismeretek rendszerébe.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	
A párhuzamos szelők tétele, megfordítása, következményei. Párhuzamos szelőszakaszok tétele. Szögfelező-tétel.	A középpontos hasonlósági transzformáció előkészítése.		
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.		

A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja. Háromszög középvonalai. Érintő- és szelőszakaszok tétele.	Új ismeretek matematikai alkalmazása. Egyéb nevezetes tételek, fogalmak feladatként (pl.: Ptolemaiosz-tétel, aranymetszés, Simson-egyenes, Ceva-tétel, Feuerbach-kör, Euler-egyenes, ...).	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.
Magasságtétel, befogótétel a derékszögű háromszögben. Két pozitív szám mértani közepe.	Ismeretek tudatos memorizálása, alkalmazása szakaszok hosszának számolásánál, szakaszok szerkesztésénél.	
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Kerületi szög, középponti szög, látószög. Húrnégyszög. Középpontos hasonlósági transzformáció, hasonlósági transzformáció, hasonlóság, a hasonlóság aránya.	

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika		Órakeret 20 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Összeszámlálási feladatok. Százalékszámítás.		
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.		
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Kapcsolódási pontok	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Eseménytér. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre, egymást kizáró eseményekre. Események gyakorisága, relatív gyakorisága.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása. Valószínűségi kísérletek elvégzése után, gyakorisági táblázat, relatív gyakorisági táblázatot készítése, tapasztalatok alapján véletlen jelenségek jövőbeni kimenetelére ésszerűen tippel.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Véletlen esemény és bekövetkezésének esélye, klasszikus valószínűségi modell.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísérleti úton megadható, megbecsülhető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	<i>Biológia-egészségtan:</i> öröklés, mutáció.	
A valószínűség klasszikus modelljének előkészítése egyszerű példákon keresztül.	A modell és a valóság kapcsolata. Diszkrét valószínűség- eloszlások ábrázolása.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	
Kulcsfogalmak/ fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény, komplementer esemény. Elemi esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség.		

A fejlesztés várt eredményei a két évfolyamos ciklus végén	<p><i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i></p> <ul style="list-style-type: none"> – Halmazokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, halmazok szemléltetése, halmazműveletek ismerete; számhalmazok ismerete. – Értsék és jól használják a matematika logikában megtanult szakkifejezéseket a hétköznapi életben. – Definíció, tétel felismerése, az állítás és a megfordításának felismerése; bizonyítás gondolatmenetének követése. – Egyszerű leszámplálási feladatok megoldása, a megoldás
-------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

gondolatmenetének rögzítése szóban, írásban.

- Gráffal kapcsolatos alapfogalmak ismerete. Alkalmazzák a gráfokról tanult ismereteiket gondolatmenet szemléltetésére, probléma megoldására.

Számтан, algebra

- Egyszerű algebrai kifejezések használata, műveletek algebrai kifejezésekkel; a tanultak alkalmazása a matematikai problémák megoldásában (pl. modellalkotás szöveg alapján, egyenletek megoldása, képletek értelmezése); egész kitevőjű hatványok, azonosságok.
- Elsőfokú, másodfokú egyismeretlenes egyenlet megoldása; ilyen egyenletre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz egyenletek felírása és azok megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Elsőfokú és másodfokú (egyszerű) kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása; ilyen egyenletrendszerre vezető szöveges és gyakorlati feladatokhoz az egyenletrendszer megadása, megoldása, a megoldás önálló ellenőrzése.
- Egyismeretlenes egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása.
- Az időszak végére elvárható a valós számkör biztos ismerete, e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazása.
- A tanulók képesek a matematikai szöveg értő olvasására, tankönyvek, keresőprogramok célirányos használatára, szövegekből a lényeg kiemelésére.

Összefüggések, függvények, sorozatok

- A függvény megadása, a szereplő halmazok ismerete (értelmezési tartomány, értékészlet); valós függvény alaptulajdonságainak ismerete.
- A tanult alapfüggvények ismerete (tulajdonságok, grafikon).
- Egyszerű függvénytranszformációk végrehajtása.
- Valós folyamatok elemzése a folyamathoz tartozó függvény grafikonja alapján.
- Függvénymodell készítése lineáris kapcsolatokhoz; a meredekség.
- A tanulók tudják az elemi függvényeket ábrázolni koordináta-rendszerben, és a legfontosabb függvénytulajdonságokat meghatározni, nemcsak a matematika, hanem a természettudományos tárgyak megértése miatt, és különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Geometria

- Tételek ismerete; távolság és szög fogalma, mérése.
- Nevezetes pont-halmazok ismerete, szerkesztésük.
- A tanult egybevágósági és hasonlósági transzformációk és ezek tulajdonságainak ismerete.
- Egybevágó alakzatok, hasonló alakzatok; két egybevágó, illetve két hasonló alakzat több szempont szerinti összehasonlítása (pl. távolságok, szögek, kerület, terület, térfogat).

- Szimmetria ismerete, használata.
- Háromszögek tulajdonságainak ismerete (alaptulajdonságok, nevezetes vonalak, pontok, körök).
- Derékszögű háromszögre visszavezethető (gyakorlati) számítások elvégzése Pitagorasz-tétellel; magasságtétel és befogótétel ismerete.
- Szimmetrikus négyszögek tulajdonságainak ismerete.
- Kerület, terület, felszín és térfogat szemléletes fogalmának kialakulása, a jellemzők kiszámítása (képlet alapján); mértékegységek ismerete; valós síkbeli, illetve térbeli probléma geometriai modelljének megalkotása.
- A geometriai ismeretek bővülésével, a megismert geometriai transzformációk rendszerezettebb tárgyalása után fejlődött a tanulók dinamikus geometriai szemlélete, diszkussziós képessége.
- A háromszögekről tanult ismeretek bővülésével a tanulók képesek számítási feladatokat elvégezni, és ezeket gyakorlati problémák megoldásánál alkalmazni.
- A szerkesztési feladatok során törekednek az igényes, pontos munkavégzésre.

Valószínűség, statisztika

- Adathalmaz rendezése megadott szempontok szerint, adat gyakoriságának és relatív gyakoriságának kiszámítása.
- Táblázat olvasása és készítése; diagramok olvasása és készítése.
- Adathalmaz móduszának, mediánjának, átlagának, terjedelmének értelmezése, meghatározása.
- Véletlen esemény, biztos esemény, lehetetlen esemény, véletlen kísérlet, esély/valószínűség fogalmak ismerete, használata.
- Nagyszámú véletlen kísérlet kiértékelése, az előzetesen „jósolt” esélyek és a relatív gyakoriságok összevetése.
- A valószínűség-számítási, statisztikai feladatok megoldása során a diákok rendszerező képessége fejlődött. A tanulók képesek adatsokaságot jellemezni, ábrákról adatsokaság jellemzőit leolvasni. Szisztematikus esetszámlálással meg tudják határozni egy adott esemény bekövetkezésének esélyét.

MATEMATIKA emelt szintű érettségire felkészítő csoport a 11–12. évfolyamon emelt óraszámmal

Az iskolai matematikatanítás célja, hogy hiteles képet nyújtson a matematikáról mint tudásrendszeréről és mint sajátos emberi megismerési, gondolkodási, szellemi tevékenységről. A matematika tanulása érzelmi és motivációs vonatkozásokban is formálja, gazdagítja a személyiséget, fejleszti az önálló rendszerezett gondolkodást, és alkalmazásra képes tudást hoz létre. A matematikai gondolkodás fejlesztése segíti a gondolkodás általános kultúrájának kiteljesedését.

A matematikatanítás feladata a matematika különböző arculatainak bemutatása. A matematika: kulturális örökség; gondolkodásmód; alkotó tevékenység; a gondolkodás örömeinek forrása; a mintákban, struktúrákban tapasztalható rend és esztétikum megjelenítője; önálló tudomány; más tudományok segítőtje; a mindennapi élet része és a szakmák eszköze.

A tanulók matematikai gondolkodásának fejlesztése során alapvető cél, hogy mind inkább ki tudják választani és alkalmazni tudják a természeti és társadalmi jelenségekhez illeszkedő modelleket, gondolkodásmódokat (analógiás, heurisztikus, becslésen alapuló, matematikai logikai, axiomatikus, valószínűségi, konstruktív, kreatív stb.), módszereket (aritmetikai, algebrai, geometriai, függvénytan, statisztikai stb.) és leírásokat. A matematikai nevelés sokoldalúan fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét. Ugyanakkor fontos a modellek érvényességi körének és gyakorlati alkalmazhatóságának eldöntését segítő képességek fejlesztése. Egyaránt lényeges a reprodukív és a problémamegoldó, valamint az alkotó gondolkodásmód megismerése, elsajátítása, miközben nem szorulhat háttérbe az alapvető tevékenységek (pl. mérés, alapszerkesztések), műveletek (pl. aritmetikai, algebrai műveletek, transzformációk) automatizált végzése sem. A tanulás elvezethet a matematika szerepének megértésére a természet- és társadalomtudományokban, a humán kultúra számos ágában. Segít kialakítani a megfogalmazott összefüggések, hipotézisek bizonyításának igényét. Megmutathatja a matematika hasznosságát, belső szépségét, az emberi kultúrában betöltött szerepét. Fejleszti a tanulók térbeli tájékozódását, esztétikai érzékét.

A tanulási folyamat során fokozatosan megismertetjük a tanulókkal a matematika belső struktúráját (fogalmak, axiómák, tételek, bizonyítások elsajátítása). Mindezzel fejlesztjük a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességét. Az új fogalmak alkotása, az összefüggések felfedezése és az ismeretek feladatokban való alkalmazása fejleszti a kombinatív készséget, a kreativitást, az önálló gondolatok megfogalmazását, a felmerült problémák megfelelő önbizalommal történő megközelítését, megoldását. A diszkussziós képesség fejlesztése, a többféle megoldás keresése, megtalálása és megbeszélése a többféle nézőpont érvényesítését, a komplex problémakezelés képességét is fejleszti. A folyamat végén a tanulók eljutnak az önálló, rendszerezett, logikus gondolkodás bizonyos szintjére.

A műveltségi terület a különböző témakörök szerves egymásra épülésével kívánja feltárni a matematika és a matematikai gondolkodás világát. A fogalmak, összefüggések érlelése és a matematikai gondolkodásmód kialakítása egyre emelkedő szintű spirális felépítést indokol – az életkori, egyéni fejlődési és érdeklődési sajátosságoknak, a bonyolódó ismereteknek, a fejlődő absztrakciós képességnek megfelelően. Ez a felépítés egyaránt lehetővé teszi a lassabban haladókkal való foglalkozást és a tehetség kibontakoztatását.

A matematikai értékek megismerésével és a matematikai tudás birtokában a tanulók hatékonyan tudják használni a megszerzett kompetenciákat az élet különböző területein. A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technikai, a humán műveltségterületek, illetve a választott szakma ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák értelmezéséhez, leírásához és kezeléséhez. Ezért a tanulóknak rendelkezniük kell azzal a képességgel és készséggel, hogy alkalmazni tudják matematikai tudásukat, és felismerjék, hogy a megismert fogalmakat és

tételeket változatos területeken használhatjuk. Az adatok, táblázatok, grafikonok értelmezésének megismerése nagyban segítheti a mindennapokban, és különösen a média közleményeiben való reális tájékozódásban. Mindehhez elengedhetetlen egyszerű matematikai szövegek értelmezése, elemzése. A tanulóktól megkívánjuk a szaknyelv életkornak megfelelő, pontos használatát, a jelölésrendszer helyes alkalmazását írásban és szóban egyaránt.

A tanulók rendszeresen oldjanak meg önállóan feladatokat, aktívan vegyenek részt a tanítási, tanulási folyamatban. A feladatmegoldáson keresztül a tanuló képessé válhat a pontos, kitartó, fegyelmetten munkára. Kialakul bennük az önellenőrzés igénye, a sajátunkétól eltérő szemlélet tisztelete. Mindezek érdekében is a tanítás folyamában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságuk fejlesztésére. A matematikatanítás, -tanulás folyamatában egyre nagyobb szerepet kaphat az önálló ismeretszerzés képességnek fejlesztése, az ajánlott, illetve az önállóan megkeresett, nyomtatott és internetes szakirodalom által. A matematika lehetőségekhez igazodva támogatni tudja az elektronikus eszközök (zsebszámológép, számítógép, grafikus kalkulátor), Internet, oktatóprogramok stb. célszerű felhasználását, ezzel hozzájárul a digitális kompetencia fejlődéséhez.

A tananyag egyes részleteinek csoportmunkában való feldolgozása, a feladatmegoldások megbeszélése az együttműködési képesség, a kommunikációs képesség fejlesztésének, a reális önértékelés kialakulásának fontos területei. Ugyancsak nagy gondot kell fordítani a kommunikáció fejlesztésére (szövegértésre, mások szóban és írásban közölt gondolatainak meghallgatására, megértésére, saját gondolatok közlésére), az érveken alapuló vitakészség fejlesztésére. A matematikai szöveg értő olvasása, tankönyvek, lexikonok használata, szövegekből a lényeg kiemelése, a helyes jegyzeteléshez szoktatás a felsőfokú tanulást is segíti.

Változatos példákkal, feladatokkal mutathatunk rá arra, hogy milyen előnyöket jelenthet a mindennapi életben, ha valaki jártas a problémamegoldásban. A matematikatanításnak kiemelt szerepe van a pénzügyi-gazdasági kompetenciák kialakításában. Életkortól függő szinten, rendszeresen foglalkozunk olyan feladatokkal, amelyekben valamilyen probléma legjobb megoldását keressük. Szánjunk kiemelt szerepet azoknak az optimumproblémáknak, amelyek gazdasági kérdésekkel foglalkoznak, amikor költség, kiadás minimumát; elérhető eredmény, bevétel maximumát keressük. Fokozatosan vezessük be matematikafeladatainkban a pénzügyi fogalmakat: bevétel, kiadás, haszon, kölcsön, kamat, értékcsökkenés, -növekedés, törlesztés, futamidő stb. Ezek a feladatok erősítik a tanulóknál azt a tudatot, hogy matematikából valóban hasznos ismereteket tanulnak, ill. hogy a matematika alkalmazása a mindennapi élet szerves része. Az életkor előrehaladtával egyre több példát mutassunk arra, hogy milyen területeken tud segíteni a matematika. Hívjuk fel a figyelmet arra, hogy milyen matematikai ismereteket alkalmaznak az alapvetően matematikaigényes, ill. a matematikát csak kisebb részben használó szakmák (pl. informatikus, mérnök, közgazdász, pénzügyi szakember, biztosítási szakember, ill. pl. vegyész, grafikus, szociológus stb.), ezzel is segítve a tanulók pályaválasztását.

A matematikához való pozitív hozzáállást nagyban segíthetik a matematika tartalmú játékok és a matematikához kapcsolódó érdekes problémák és feladványok.

A matematika a kultúrtörténetnek is része. Segítheti a matematikához való pozitív hozzáállást, ha bemutatjuk a tananyag egyes elemeinek a művészetekben való alkalmazását. A motivációs bázis kialakításában komoly segítség lehet a matematikatörténet egy-egy mozzanatának megismertetése, a máig meg nem oldott, egyszerűnek tűnő matematikai sejtések megfogalmazása, nagy matematikusok életének, munkásságának megismerése.

Minden életkori szakaszban fontos a differenciálás. Ez nem csak az egyéni igények figyelembevételét jelenti. Sokszor az alkalmazhatóság vezérli a tananyag és a tárgyalásmód megválasztását, más esetekben a tudományos igényesség szintje szerinti differenciálás szükséges. Egy adott osztály matematikatanítása során a célok, feladatok teljesíthetősége igényli, hogy a tananyag megválasztásában a tanulói érdeklődés és a pályaaorientáció is szerepet kapjon. A matematikát alkalmazó pályák felé vonzódnak tanulók gondolkodtató, kreativitást igénylő versenyfeladatokkal motiválhatók, a humán területen továbbtanulni szándékozók számára érdekesebb a matematika kultúrtörténeti szerepének kidomborítása, másoknak a középiskolai matematika gyakorlati alkalmazhatósága fontos. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége segíthetik az esélyegyenlőség megvalósulását.

Célok és feladatok

A középiskolai matematikatanítás célja és ennek kapcsán feladata a tanulók korszerű, alkalmazásra képes matematikai műveltségének megalapozása, a matematikai kompetencia kialakítása, a matematikai szemlélet fejlesztése, a logikus gondolkodás továbbfejlesztése, az önálló, rendszerezett gondolkodás és feladatmegoldás megalapozása. A matematikatanításnak a középiskolában is biztosítania kell a többi tantárgy tanuláshoz, a mindennapok gyakorlatához szükséges matematikai ismereteket és eszközöket, miközben meg kell mutatnia azok konkrét gyakorlati hasznosságát.

Szükséges, hogy a matematika tanulása során a tanulók a hétköznapi szövegekben rejlő matematikai problémákat észrevegyék, képesek legyenek egy-egy gyakorlati kérdés megoldásához matematikai modellt alkotni, különböző problémamegoldó stratégiákat alkalmazni. Így a matematikatanítás fejleszti a tanulók modellalkotó tevékenységét, segíti az összefüggések, hipotézisek megfogalmazását, a bizonyítás igényének megjelenését. Alapvető célunk a megértésen alapuló gondolkodás fejlesztése, a valóságos szituációk és a matematikai modellek közötti kétirányú út megismertetése, és azok használatának kialakítása.

A matematikatanítás folyamatában el kell érni, hogy a tanulók megfelelő szintű probléma- és feladatmegoldó, absztrakciós, analízáló és szintetizáló képességgel rendelkezzenek. Mindehhez szükséges a matematikatanítás belső struktúrájának fokozatos kiépítése, a megfelelő tartalmak esetében szilárd fogalom- és axiómarendszer elsajátítása, a matematikai tételek és bizonyítások értése és egyszerűbb gondolatmenetű bizonyítások szabatos megfogalmazása, az elsajátított matematikai fogalmak alkalmazása.

A matematikatanítás célja, hogy fejlessze a tanulók térbeli, időbeli és mennyiségi tájékozódását, esztétikai érzékét. A matematikatanításnak feladata, hogy képessé tegye a tanulót a síkbeli és a térbeli szituációk elképzelésére, s ennek segítségével az adott konstrukcióban gondolkodni, feladatot megoldani, számolni. A matematikatanítás feladata továbbá, hogy képessé tegye a tanulókat arra, hogy a statisztikai gondolatokat megértse, felhasználja, valamint, hogy a függvény- vagy függvényszerű kapcsolatokat felismerje. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek.

A matematikatanítás – a lehetőségekhez igazodva – támogassa az elektronikus eszközök (zsebszámológép, grafikus kalkulátor, számítógép, Internet stb.), információhordozók célszerű felhasználásának megismerését, alkalmazásukat az ismeretszerzésben, a problémák megoldásának egyszerűsítésében, és ezzel járuljon hozzá a tanulók digitális kompetenciájának kifejlődéséhez, gyakorlati alkalmazásához.

A matematika tanításában törekedni kell a tanulók pozitív motiváltságának biztosítására, önállóságának fejlesztésére, a pontos és kitartó munkára való nevelésre, a reális önbizalom, az akaraterő, az igényes és a matematikai nyelvezetet használó kommunikáció kialakítására, a gondolatok érvekkel való alátámasztásának fejlesztésére. Fontos, hogy a tanulók képesek legyenek a várható eredmények becslésére, az önellenőrzésre, az eredmények becsléssel való összevetésére, valamint a szöveges, gyakorlati feladatokban kapott eredmények valóság- hoz való viszonyítására.

A matematika tanításában törekedni kell arra, hogy kiderüljön a matematika hasznossága, a matematikai struktúra belső szépsége, az emberi kultúrában betöltött szerepe.

A sajátos nevelési igényű tanulók fejlesztése, illetve a kisebbségi migráns tanulókkal való *foglalkozás* a matematika órákon is szükséges: ami a szokásos tartalmi és eljárásbeli differenciáláshoz nagyobb mértékű differenciálást, speciális eljárások alkalmazását és kiegészítő pedagógiai szolgáltatások igénybe vételét teheti szükségessé. Figyelembe kell venni az egyéni fejlesztési tervek kialakításakor, a tanórákon a csoportok szervezésekor, a tanórák tanulás- szervezési eljárásainak tervezésekor. Sajátos tanulásszervezési megoldások alkalmazása nélkül ugyanis nem valósíthatók meg a különleges bánásmódot igénylő, sajátos nevelési igényű gyerekek, a tanulási és egyéb problémákkal, magatartási zavarokkal küzdő tanulók nevelésének, oktatásának feladatai. Figyelembe kell venni a tervezéskor a tanórán kívüli lehetőségek felhasználását is.

A matematika kerettanterv érvényesíti az iskolai oktatás-nevelés közös, átfogó elveit, így részt vállal az egészségfejlesztés, a környezetvédelem és a fogyasztóvédelem társadalmi feladataiból.

A matematika műveltségterület az *egészségnevelési* feladatát elsősorban azokon a feladatokon (statisztika, valószínűség, szöveges feladatok) tudja teljesíteni, amely valóságos hazai és nemzetközi adatok felhasználásával alkalmas arra, hogy elősegítsék a tanulók egészségfejlesztési attitűdjének, magatartásának, életvitelének kialakulását a feladatok adatainak eredményeinek értelmezésén, tovább gondolásán keresztül.

A *környezettudatosságra nevelés* érdekében a matematika igen alkalmas arra, hogy különböző, valóságos adatok és tények felhasználásával, feladatokat oldjanak meg a tanulók, amelyeken keresztül megismerhetik, megérthetik, valamint az adatokon és azok értelmezésén keresztül végiggondolhatják azokat a jelenlegi folyamatokat, amelyek következményeként bolygónkon környezeti válságjelenségek mutatkoznak, továbbá konkrét hazai példák is felismerhetik a társadalmi-gazdasági modernizáció pozitív és negatív környezeti következményeit.

Az egészségvédelemhez és a környezetvédelemhez hasonlóan a *fogyasztóvédelemre*, a tudatos kritikus fogyasztói magatartásra való nevelés is jól megoldható a matematika feladatain keresztül, amely amúgy is fontos területe a valóságos életben megjelenő problémák, adatok, összefüggések vizsgálatának. Az adatgyűjtések színtere lehet a vásárlási szokásokról történő gyűjtés, továbbá szöveges feladatok gyártására alkalmasak a vásárlási számlák, amelyeken keresztül mód van az egyes termékekről való beszélgetések kezdeményezése stb. Szöveges feladatokban fogyasztói kosár elemzésére is sort keríhetünk.

Az egyes témákban szerepeltetett különböző nehézségű problémák természetesen nyújtják a differenciálás lehetőségét. A fokozott szaktanári figyelem, az iskolai könyvtár és az elektronikus eszközök használatának lehetősége biztosítsák az esélyegyenlőséget!

A matematika tanulása járuljon hozzá helyes pályaválasztási irány megtalálásához és megalapozásához! A tanulók a középiskola befejezésére váljanak képessé a középszintű érettségi vizsga sikeres letételére!

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétel, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszer.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozik olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a

matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

A tanulók értékelése

A javasolt ellenőrzési módszerek:

- **feladatlapok** (állítások igazságtartalmának eldöntése, hibakereséses feladatok elvégzése, egyszerű feleletválasztás, többszörös feleletválasztás ellenpéldák indoklásával, logikai feladatok megoldása indoklással stb.);
- **szóbeli felelet** (órán megoldott mintára feladatok számonkérése, házi feladatok helyes megoldásának szakszerű kommunikálása, lényegkiemelés, érvelés, kiselőadás felkészülés alapján, definíciók, tételek pontos kimondása, bizonyítások levezetése, órai feladatok stb.);
- **témazáró dolgozat** (nagyobb témakörök végén, vagy több témakör együttes zárásakor);
- **otthoni munka** (feladatok megoldása, gyűjtőmunka, megfigyelés, feladatok számítógépes megoldása stb.);
- **csoportmunka** (statisztikai adatgyűjtés, valószínűségi kísérletek elvégzése stb.);
- **projektmunka** és annak dokumentálása;
- **versenyeken, vetélkedőkön való szereplés**, elért eredmények.

A tantárgyi eredmények értékelése a hagyományos 5 fokozatú skálán történik. Fontos, hogy a tanulók

- **motiváltak legyenek** a minél jobb értékelés elnyerésére;
- tudják, hogy munkájukat hogyan fogják (szóban, írásban, osztályzattal) értékelni, – ez a tanár részéről **következetességet és céltudatosságot** igényel;
- számítsanak arra, hogy munkájuk elvégzése után **önértékelést** is kell végezniük;
- hallgassák meg **társaik értékelését** az adott szempontok alapján;
- fogadják meg **tanáraik** észrevételeit, **javaslatait**, kritikáit **akkor is, ha nem érdemjeggyel történik az értékelés**, tudják hasznosítani a fejlesztő értékelési megnyilvánulásokat.

Tantárgyi struktúra és óraszámok

Óraterv a kerettantervekhez – 11–12. évfolyam, gimnázium				
Tantárgyak			11. évf.	12. évf.
Matematika			5	7

11–12. évfolyam

Ez a szakasz az érettségire felkészítés időszaka is, ezért a fejlesztésnek kiemelten fontos tényezője az elemző és összegző képesség alakítása. Ebben a két évfolyamban áttekintését adjuk a korábbi évek ismereteinek, eljárásainak, problémamegoldó módszereinek, emellett sok, gyakorlati területen széles körben használható tudást is közvetítünk, amelyekhez kell az előző évek alapozása, amelyek kissé összetettebb problémák megoldását is lehetővé teszik. Az érettségi előtt már elvárható többféle ismeret együttes alkalmazása. A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógiás gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A koordináta-geometria elemeinek tanításával a matematika különböző területeinek összefüggéseit s így a matematika komplexitását mutatjuk meg.

A magasabb óraszámban tanuló diákok nagy részétől elvárható, hogy emelt szintű érettségi vizsgát tegyen, ezért az elsődleges cél a sikeres vizsga letételére való felkészítés. Az ilyen csoportokba járó tanulók zöme feltételezhetően olyan egyetemre, főiskolára fog kerülni, ahol a matematikát mint elméleti és/vagy mint alkalmazott tudományt fogják tanulni. Ezért a logikát fejlesztő feladatok mellett fel kell készíteni olyan ismeretekre is őket, melyek későbbi tanulmányaikat elősegíthetik. Ezek a célkitűzések csak akkor érhetőek el, ha a tanulók külön fakultációs csoportban vesznek részt a heti 5, illetve 6 tanítási órán.

A matematikát szerető, a matematikai problémák iránt érdeklődő tanulók számára érdekes, nehezebb, gondolkodtatóbb feladatok, problémák kitűzésével, a különböző megoldási lehetőségek, diszkussziók megbeszélésével a matematika iránti érdeklődést (esetleg a későbbiekben a matematikussá válást) tudatosan fejlesztjük.

Az anyanyelvi kommunikáció fejlesztését is segíti, ha önálló kiselőadások, prezentációk elkészítését, megtartását várjuk el a diákoktól. A fejlesztés eredményeként a kétéves periódus végére elvárható, hogy emelt szinten, a szóbeli vizsgán szabatosan, összefüggően tudják magukat kifejezni.

Megjegyzés

A taneszközök oszlopban két rövidítést használunk:

T — tanulói eszközök;

TD — tanári demonstrációs eszközök.

11. évfolyam

Célok és feladatok

A 11. évfolyamon tovább kell folytatni a tanulók kombinatív készségének fejlesztését, a feladatmegoldásban a minél többféle megoldási mód keresésének ösztönzését, a bizonyítás iránti igény mélyítését. Ezen az évfolyamon elvárható a pontos fogalomalkotásra való törekvés. Fontos cél a tanulók absztrakciós és szintetizáló képességének továbbfejlesztése is.

A 11. évfolyam témakörei lehetőséget biztosítanak arra, hogy a tanulók becsléseket végezzenek, és a becsléseiket összevessék a számításokkal. Különösen az algebrai számítások adnak rá jó lehetőséget, hogy az önellenőrzés igényét felkeltsük, továbbfejlesszük. Több terület (egyenletek, egyenletrendszerek, szöveges feladatok, függvények, geometria) összetettebb feladatai is igénylik a tervszerű munka végzését.

A különböző transzformációk, a koordinátagéometria egyes területei, valamint bizonyos geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel is jó lehetőséget adnak arra, hogy felismertessük az összefüggéseket a matematika különböző területei között. Több lehetőség is kínálkozik arra (egyenletek, függvények, vektorok stb.), hogy bemutassuk a fizika és a matematika szoros kapcsolatát, miközben a legkülönbözőbb területen van lehetőségünk a gyakorlati problémák matematizálására, a modellalkotásra (lásd például a gráfok). Szinte minden témakörben alkalmunk van a zsebszámológép alkalmaztatására, és igen gyakran tudjuk a számítógépet is segítségül hívni a feladatok megoldásához, az adatok, problémák gyűjtéséhez (lásd például statisztikai adatok), a véletlen jelenségek vizsgálatához, a megoldások prezentációjához.

A geometria több területe is alkalmas az esztétikai érzék fejlesztésére.

Elengedhetetlen az elemi függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legfontosabb függvénytulajdonságok meghatározása nemcsak a matematika, hanem a természettudományos ismeretek megértése miatt, különböző gyakorlati helyzetek leírásának érdekében is.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	5 óra/hét (170 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	12 óra
2. Számtan, algebra	48 óra
3. Geometria	44 óra
4. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	54 óra
5. Valószínűség, statisztika	12 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óra- szám 12 óra (folyamatosan)
Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszerek-nél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. többszörös él, hurokél, séta, körséta, út, kör, összefüggő gráf, egyszerű gráf, teljes gráf, fa, komplementer gráf, izomorf gráfok. Fokszámok összege és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráf-modell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Teljes indukció	A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása.	Frontális munka.		

Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztása jelentőségének felismerése a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
-------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------	--	------------------

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Ismétlés nélküli és ismétléses permutáció, variáció, ismétlés nélküli kombináció. <i>Matematikatörténet: Erdős Pál.</i>	A permutáció, variáció, kombináció fogalmainak megkülönböztetése, alkalmazásuk összetett feladatokban. Eljárások, jelölések használata, összetett kombinatorikai feladatok megoldásánál is.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A binomiális tétel. Pascal-háromszög és tulajdonságai. Halmaz, részhalmaz elemeinek száma.	A binomiális tétel szerepének megmutatása különböző alkalmazásokban. A Pascal-háromszög képzési szabályainak felfedezése a tulajdonságok bizonyítása. Többféle bizonyítási módszer alkalmazása halmazok elemszámának igazolására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka.		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Skatulyaelv. Logikai szita.	Szétválogatás különböző szempontok szerint, e szempontok egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Különböző konkrét matematikai játékok algoritmusai.	Egyszerű játékalgoritmusok megismerése, elkészítése, illetve kész algoritmusok értelmezése, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor. Permutáció, variáció, kombináció. Skatulyaelv, logikai szita. Binomiális együttható.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret javasolt óra- szám 48 óra
Előzetes tudás	Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség, egyenletrendszer megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma. Racionális, irracionális számok. Abszolútérték. Négyzetgyök.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonságok alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás, periodicitás). Diskussziós képesség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Paraméteres első- és másodfokú egyenletek.	Műveletek biztos elvégzése betűkifejezésekkel. Diskusszió elvégzése, szükségességének felismerése	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Magasabbfokú egyenletek: – másodfokúra visszavezethető; – reciprok; – szimmetrikus.	A különböző egyenletmegoldási módszerek felismerése. Ekvivalens lépések vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Abszolútértékes egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	A tanult ismeretek felhasználása összetett egyenleteknél. Grafikus megoldási módszer felelevenítése és alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összetettebb gyökös egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.	Biztos algebrai átalakítások elvégzése. Hamis gyökök kiszűrése. A megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Két- és háromismeretlenes lineáris egyenletrendszerek. Kétismeretlenes lineáris paraméteres egyenletrendszer.	Új módszerek megismerése. A megoldások számának vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Másodfokú egyenletrendszerek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenletmegoldás különböző módszerek segítségével (értelmezési tartomány, értékészletvizsgálat, monotonitás ...).	A tanult módszerek együttes alkalmazása összetett feladatoknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványazonosságok igazolása. Az $a^n \mid b^n$, illetve az $a^{2k-1} \mid b^{2k-1}$ kifejezések szorzattá alakítása.	Azonosságok felhasználása összetett oszthatósági feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Polinomok osztása. Oszthatósági feladatok.	Polinomok osztása algoritmusának ismerete. A tanult ismeretek felidézése és alkalmazása új problémamegoldási szituációban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Nevezetes közepek és közöttük lévő relációk ismerete n elem esetén.	A megismert összefüggések alkalmazása egyenlőtlenségek, szélsőérték-feladatok megoldásában. Számítási és mértani közép közötti összefüggés igazolása két pozitív szám esetén.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
n -edik gyök. A négyzetgyök fogalmának általánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás pozitív alap és racionális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb tapasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, permanenciaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Irracionális kitevőjű hatvány szemléletes értelmezése.	A hatványfogalom célszerű kiterjesztése, a sorozat határértékének felhasználása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Exponenciális egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák – demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép
A logaritmus értelmezése.	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás.	T: Számológép
Zsebszámológép használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	T: Számológép
A logaritmus azonosságainak bizonyítása és alkalmazása.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Logaritmikus egyenletek, egyenlőtlenségek.	Modellek alkotása (algebrai modell): logaritmus alkalmazásával megoldható egyszerű exponenciális egyenletek; ilyen egyenletre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Exponenciális és logaritmikus egyenletrendszer.	A már tanult gondolatmenet panelként történő felhasználása új helyzetben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusza és koszinusza között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusza, illetve koszinusza között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, alkalmazása. Függvénytáblázat használata feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Trigonometrikus egyenletek. Trigonometrikus egyenletre vezető, háromszöggel kapcsolatos valós problémák. Azonosság alkalmazását igénylő egyszerű trigonometrikus egyenlet.	A problémához hasonló egyszerű probléma keresése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> rezgőmozgás, adott kitéréshez, sebességhez, gyorsuláshoz tartozó időpillanatok meghatározása.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tanult azonosságok (pl. addíciós tételek) alkalmazását igénylő trigonometrikus egyenletek.	Az egyenletek megoldásának megadása a valós számkörben. Periodikus függvényt szerepeltető egyenletekben a végtelen sok gyök ellenőrzési módjának megismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű trigonometrikus egyenlőtlenségek.	Egységkör és a trigonometrikus függvény grafikonjának felhasználása a megoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Az n -edik gyök. Racionális és irracionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus. Paraméter. Harmonikus, négyzetes, mértani és számtani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria	Órakeret javasolt óra- szám 44 óra
Előzetes tudás	Tételek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kerületi és középponti szögek fogalma és tételei.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként való jegyzése, következtetések levonása.	Frontális munka		TD: Interaktív tábla
Párhuzamos szelők tétele, szelőszelek tétele, egy speciális esetének megfordítása. Szakasz arányos osztása.	Gondolatmenet megfordíthatóságának felismerése, belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Szögfelezőtétel.		Frontális munka		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Húrnégyszögek és érintő-négyszögek definíciója, tételei.	Négyszögek osztályozása, különbözőségek, azonosságok tudatosítása. Szükséges és elégséges feltételek megtalálása.	Frontális munka	<i>Vizuális kultúra:</i> építészet.	TD: Interaktív tábla
A merőleges vetítés.	Képi emlékezés gyakorlása. A megszerzett ismeretek alkalmazása összetettebb problémákban. Azonosságok és különbözőségek megfogalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Szakasz merőleges vetületének hossza.	Szögfüggvények alkalmazása a meghatározás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Színusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel). Háromszögek, négyszögek, térbeli alakzatok hiányzó adatainak meghatározása. A kapott eredmények vizsgálata, valóságtartalmának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A háromszög területképleteinek ismerete és bizonyítása: <input type="checkbox"/> két oldal és az általuk közbezárt szög szinusza; <input type="checkbox"/> egy oldal és a rajta fekvő két szög szinusza; <input type="checkbox"/> oldalak és a körülírt kör sugara.	A tanult bizonyítási módszerek és képletek alkalmazása sokszögek adatainak, területének meghatározásakor. Problémamegoldás során a lényeges és lényegtelen adatok szétválasztása. Elemezhető ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Vektorműveletek, vektorfelbontások, vektorkoordináták ismétlése. Bázisvektorok, bázisrendszer. Vektor hossza. Helyvektorok, szabadvektorok.	Rajzolt és tárgyi jelek értelmezése. Ugyanazon probléma többféle megoldási vetületének meglátása. Átkódolás különböző modellek között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektormennyiségek (pl. erő, sebesség, térerősség).	
Skaláris szorzat definíciója, műveleti tulajdonságai.	A művelet újszerűségének felfedezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> munka, elektromosság.	
Párhuzamos és merőleges vektorok skaláris szorzata. Skaláris szorzat kiszámítása a vektorok koordinátaiból. Vektor \perp 90° -os elforgatottjának koordinátái.	Szükséges és elégséges feltétel felismerése. Bizonyítás során egyszerű gondolatmenet követése, megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek vektorok koordinátaival.	Műveleti tulajdonságok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> vektorgrafikus ábrázolás.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A helyvektor koordinátái. Szakaszcsozópontjának, adott arányú osztópontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása. Ismeretek alkalmazása újabb ismeretek megszerzésében, sejtések, indoklások megfogalmazásában. A levezetésekben tanult módszer elsajátítása. Kapcsolat felfedezése az elemi geometria és az algebra között.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> hely megadása.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens fogalma, összefüggések közöttük.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értéke, használata. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> ponttalalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Iránytangens és az egyenes meredeksége.	Függvények és a koordináta-geometria kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyenesek párhuzamosságának és merőlegességének koordináta-geometriai feltételei.	Szükséges és elégséges feltétel. Geometriai feladatok megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyenes normálvektoros, illetve irányvektoros egyenlete. Két ponton átmenő egyenes egyenlete. Az egyenes egyenletének iránytényezős alakja.	Az egyenes egyenletének levezetése különböző kiindulási adatokból. Régebbi ismeretek felhasználása a bizonyítás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Pont és egyenes távolsága (két párhuzamos egyenes távolsága).	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Adott középpontú és sugarú kör egyenlete.	A kör egyenletének levezetése. Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör és a kétismeretlenes másodfokú egyenlet.	Paraméteres másodfokú kétismeretlenes egyenlet vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kör és egyenes kölcsönös helyzete.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A kör egy adott pontjában húzott érintője.	A geometriai fogalmak megjelenítése algebrai formában. Geometriai ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Külső pontból körhöz húzott érintő egyenletének felírása.	A megoldás keresése többféle módszerrel (Thalész-tétel, diszkrimináns vizsgálata).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Két kör kölcsönös helyzetének meghatározása a középpontok koordinátáiból és a sugarakból, érintkező körök. Egymást metsző körök metszéspontjainak meghatározása. A másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása és a metszéspontok számának kapcsolata.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Parabola definíciója, jellemzői (fókuszpont, vezéregyenes, paraméter, tengelypont, szimmetriatengely).	Parabolapontok szerkesztése. A jellemző adatok értelmezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A koordinátatengelyekkel párhuzamos tengelyű parabola egyenlete.	Másodfokú kétismeretlenes egyenlet átalakítása az alakzat adatainak meghatározásához. Az alakzatok egyenletének levezetése speciális esetben (tengelyponti egyenlet).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Parabola érintője.	Az érintő fogalmának pontosítása. Régebbi ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenlettel, egyenlőtlenséggel megadott ponthalmazok vizsgálata.	Ponthalmazok metszetének meghatározása koordinátarendszerben. Az algebra és a geometria összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Lineáris programozás elemei.	Az egyenes egyenletének alkalmazása matematikai és gyakorlati jellegű feladatokban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata).	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinusz, koszinusz, tangens. Bázisvektor, bázisrendszer, helyvektor, szabadvektor. Skaláris szorzat. Egyenes, kör, parabola egyenlete. Terület. Kerületi szög, középponti szög. Normálvektor, irányvektor, parabola, fókuszpont, vezéregyenes. Húrnégyszög, érintőnéyszög.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	Órakeret javasolt óra- szám 54 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, iránytangens. Vektorok, bázisrendszer.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Ismerethordozók használata. Pénzügyi alapismeretek elsajátítása. Az egyéni döntés felelősségének felismerése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szögfüggvények kiterjesztése, trigonometrikus alapfüggvények (sin, cos, tg).	A kiterjesztés szükségességének, alap gondolatának megértése. Időtől függő periodikus jelenségek kezelése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> periodikus mozgás, hullámmozgás, váltakozó feszültség és áram. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és térmegismerés eszközei, GPS.	T: Számológép TD: interaktív tábla
A trigonometrikus függvények transzformációi: $f(x) \parallel c$, $f(x \parallel c)$; $cf(x)$; $f(cx)$; $c \parallel f \sqcup ax \parallel b \sqcup \parallel d$.	Tudatos megfigyelés a változó szempontok és feltételek szerint.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: interaktív tábla
Hatványfüggvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Az exponenciális függvények.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Exponenciális folyamatok a természetben és a társadalomban.	Modellek alkotása (függvénymodell): a lineáris és az exponenciális növekedés / csökkenés matematikai modelljének összevetése konkrét, valós problémákban (például: népesség, energiafelhasználás, járványok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz:</i> a társadalmi-gazdasági tér szerveződése és folyamatai.	
A logaritmusfüggvények vizsgálata.	Függvényábrázolás, függvényjellemzés, függvénytranszformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Inverz függvények.	Függvény és inverze grafikonjának ábrázolása a koordináta-rendszerben.	Frontális munka.		
Összetett függvények értelmezése.	Példa nem kommutatív tulajdonságú műveletre.	Frontális munka		
Függvények folytonossága az értelmezési tartomány egy pontjában, egy intervallumon, illetve az értelmezési tartományának minden pontjában.	Függvények folytonosságának megállapítása a grafikonjuk segítségével, szemléletesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Függvények</p> <ul style="list-style-type: none"> – véges helyen vett véges; – véges helyen vett végtelen; – végtelenben vett véges; – végtelenben vett végtelen határértéke. <p>A $\frac{\sin x}{x}$ függvény határértéke a nulla pontban.</p>	<p>A függvények határértékének szemléletes fogalma, pontos definíciói.</p> <p>A határérték és a folytonosság kapcsolatának megértése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>
<p>Függvények differenciálhatósága.</p> <p>A derivált függvény.</p> <p>Konstans függvény, hatványfüggvény, trigonometrikus függvények deriválása.</p>	<p>A különbséghányados függvény és határértékének szemléletes bemutatása az érintő vagy a gyorsuló mozgást végző test pillanatnyi sebességének meghatározása segítségével.</p> <p>A felsorolt függvények deriválásának biztos tudása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgások, rezgőmozgás.</p>	
<p>Műveletek differenciálható függvényekkel.</p>	<p>Összeg-, szorzat-, hányados- és összetett függvények deriváltja.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>		
<p>A differenciálszámítás függvénytani alkalmazása.</p>	<p>Érintő egyenletének felírása, függvénydiszkusszió (függvények monotonitása, szélsőértéke, konvexitása).</p> <p>Gyakorlati szélsőérték-problémák megoldása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A számsorozat fogalma. <i>Matematikatörténet: Fibonacci.</i>	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel. Sorozatok ábrázolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: interaktív tábla
Sorozatok tulajdonságai: korlátosság, monotonitás.	Definíciók pontos ismerete. Konkrét sorozatok tulajdonságainak megsejtése a szemlélet útján, illetve ezek bizonyítása a definíciók felhasználásával.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergens sorozatok. Egy adott pont r sugarú környezeté. Küszöbszám kiszámítása.	A sorozat határértékének definíciója. Konvergens, tágabb értelemben vett konvergens és divergens sorozatok vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Konvergenca, monotonitás és korlátosság kapcsolata.	Sorozatok tulajdonságainak megállapítása alkalmas tételek felhasználásával. Szükséges és elégséges feltétel felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Műveletek konvergens sorozatokkal.	Sorozatok összegének, különbségének, szorzatának, hányadosának konvergenciája és határértéke – bizonyítás, meghatározás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Nevezetes sorozatok határértéke.	q^n és $\frac{1}{n!}$ sorozatok határértékének megsejtése és ismerete.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Cantor-axióma. <i>Matematikatörténet:</i> axióma és tétel közötti különbség.	Az axióma nyújtotta lehetőségek megismerése: az irracionális számok megalkotása, vagy terület- és térfogatszámításnál összefüggések bizonyítása.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Számtani sorozat, az n . tag, az első n tag összege. Számítaniközép-tulajdonság. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: interaktív tábla
Mértani sorozat, az n . tag, az első n tag összege. Mértaniközép-tulajdonság.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: exponenciális folyamatok vizsgálata.</i>	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Végtelen mértani sor. <i>Matematikatörténet:</i> Zénon-paradoxonok. Pl. Arisztotelész, Viète, Fejér Lipót, Riesz Frigyes eredményei a matematikának ezen a területén.</p>	<p>A végtelen mértani sor összegének meghatározása és alkalmazása geometriai feladatokban, szakaszos tizedes törttek közönséges törtté alakításában.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek; filozófia:</i> az emberi megismerés lehetőségei, a tapasztalat és a tudomány összhangja. A tudomány fejlődése.</p>	<p>T: Számológép interaktív tábla</p>
<p>Kamatos kamatszámítás, pénzügyi alapfogalmak (tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjárdék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel).</p>	<p>A problémához illeszkedő matematikai modell választása. A tanult ismeretek mozgósítása (logaritmus, százalékszámítás). Szövegértés fejlesztése: a szövegbe többszörösen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk azonosítása és összekapcsolása. Különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai. Információk keresése és értelmezése különböző egyéni pénzügyi döntésekkel kapcsolatban (befektetés, hitel). Az egyéni döntés felelősségének belátása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</p>	<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Szinuszfüggvény, koszinuszfüggvény, tangensfüggvény. Exponenciális függvény, logaritmusfüggvény. Exponenciális folyamat. Számsorozat. Rekurzió. Számítási sorozat, mértani sorozat. Végtelen mértani sor. Korlátos sorozat, monoton sorozat, konvergens sorozat, divergens sorozat, küszöbszám. Axióma. Függvények folytonossága, határértéke. Derivált függvény, különbségi hányados. Tőkésítés, kamat, kamatperiódus, EBKM, gyűjtőjárdék, járadék, hitel, törlesztőrészlet, THM, diákhitel.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óra- szám 12 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Tan eszközök
Eseményekkel végzett műve- letek. Példák események össze- gére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítás elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző terü- letei közötti kapcsolatok tuda- tosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és esemé- nyek közötti műveletek össze- kapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.	
Véletlen esemény, valószínű- ség.	A véletlen kísérletekből szá- mított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolatának belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A valószínűség klasszikus modellje. A valószínűségszámítás axiómái. <i>Matematikatörténet: Rényi: Levelek a valószínűségről.</i>	A modell és a valóság kapcsolatának vizsgálata. A matematika épülésének elevei, az axiómákra alapuló tételek és bizonyításuk megértése, reprodukálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla
A binomiális és hipergeometrikus eloszlás. Visszatevéses és visszatevés nélküli mintavétel.	A problémához illeszthető modell választása. Az adott eloszlások szórásának, várható értékének vizsgálata konkrét példákon keresztül.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Reprezentatív mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényegének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> választások.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórás. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedezése. Közvélemény-kutatás, minőségellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valószínűség. Klasszikus valószínűségi modell. Szórás. Binomiális eloszlás, hipergeometrikus eloszlás.			

Továbbhaladás feltételei

Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.

Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.

Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.

Ismeri a logaritmus fogalmát, jól alkalmazza az azonosságokat egyszerűbb esetekben.

Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos és trigonometrikus egyenleteket.

Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési-tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.

Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).

Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.

Képes vektorok koordinátaival számolni.

Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.

Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.

Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.

Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.

Tudja vizsgálni kör és egyenes kölcsönös helyzetét.

Képes valószínűségi feladatok megoldására.

Ismeri és megfelelően alkalmazza a binomiális és a hipergeometriai elosztást.

Ismeri a mértani és számtani sorozat és a mértani sor tulajdonságait.

Ismeri a sorozatokkal kapcsolatos jellemző fogalmakat. Tud sorozat határértéket meghatározni.

Ismeri a függvény folytonosság és differenciálhatóság fogalmát. Alkalmazza a deriválási szabályokat.

Képes a differenciálszámítás alapelemeivel függvények ábrázolására és jellemzésére.

12. évfolyam

Célok és feladatok

A 12. évfolyam fő feladata matematikából a tanult ismeretek több szempontú rendszerezése, felkészülés az érettségire. Ennek érdekében szükséges a matematika különböző területei közti összefüggéseinek tudatosítása, az absztrakciós készség fejlesztése. a deduktív gondolkodás továbbfejlesztése.

A középiskolai tanulmányok végére a korábban szemléletesen, tevékenységek segítségével kialakított fogalmaknak meg kell erősödniük, egyes fogalmakat pontosan kell definiálni, általánosítani. Meg kell ismertetni a tanulókat a matematika axiomatikus felépítésének elvével.

A következtetési, a bizonyítási készség fejlesztése hangsúlyos ennél a korosztálynál. A „ha ..., akkor ...”, az „akkor és csak akkor” helyes használata az élet számos területén (nem csak a matematikában) fontos.

Az érettségiig szükség van a valós számkör biztos ismeretére, az e számkörben megismert műveletek gyakorlati és elvontabb feladatokban való alkalmazására is. A tananyag különböző fejezeteiben a számításoknál fontos a zsebszámológép, a számítógép biztos használata, a számítógép alkalmazása.

A függvények ábrázolása koordináta-rendszerben és a legjellemzőbb függvénytulajdonságok ismerete a természettudományos tárgyak megértése és különböző gyakorlati problémák megoldása érdekében kiemelkedően fontos.

Mai látásunk szerint az élet sok területén (természettudomány, társadalomtudomány, közgazdaságtan) statisztikus törvényekkel írhatók le jól a jelenségek. Ezért hangsúlyossá vált a valószínűség-számítás és a statisztika alapelemeinek megismertetése. Ezen ismeretek rendszerező összefoglalására ennek a korosztálynak az általános szellemi érettsége ad lehetőséget.

A sík- és térgeometriai fogalmak és tételek mind a térszemlélet, mind az analógias gondolkodás fejlesztése szempontjából lényegesek. A terület-, felszín-, térfogatszámítás más tantárgyakban is elengedhetetlen. A koordináta-geometria ismétlésekor a matematika különböző területeinek összefüggéseit, s így a matematika komplexitását hangsúlyozhatjuk.

Az analízis témaköreinek elsajátítása az absztrakciós, szintetizáló és képességet növeli és egyben biztosítja az elméleti és gyakorlati alapot a későbbi sikeres felsőoktatási tanulmányokhoz.

El kell jutni ahhoz, hogy a tanulók a különböző témakörökben megismert összefüggéseket feladatokban, gyakorlati problémákban alkalmazzák.

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	7 óra/hét (210 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	15 óra
3. Geometria	45 óra
4. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	50 óra
5. Valószínűség, statisztika	25 óra
6. Rendszerező összefoglalás	75 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óra- szám 10 óra (folyamatosan)
Előzetes tudás	<p>Sorbarendezési, leszámlálási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak. Halmazműveletek, részhalmaz, halmazok számossága. A matematikában, illetve a számítástechnikában korábban szereplő algoritmusok ismerete. A matematikai logika elemeinek alkalmazása a feltételek, következtetések megfogalmazásánál, a bizonyítási módszerek-nél. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek és azok modellalkotásra való felhasználása a matematika különböző területein.</p>	
További feltételek	<p>Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla</p>	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	<p>A tanult bizonyítási módszerek reprodukálása, egyszerű bizonyítási feladatok önálló megoldása. A teljes indukció lényegének megértése, alkalmazása. Dedukciós képesség fejlesztése.</p>	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Teljes indukció. n tagú összegek zárt formában való felírása, oszthatósági feladatok.</p>	<p>n tagú összegek zárt formában való felírásának megsejtése és bizonyítása, oszthatósági feladatok bizonyítása. A sejtés szerepének felismerése egy állítás megfogalmazásában. Egyes esetekből következtetés az általánosra.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szükséges feltétel, elégséges feltétel, szükséges és elégséges feltétel.	A bizonyításokban az ÉS, a VAGY, a NEM, a KÖVETKEZIK, az AKKOR ÉS CSAK AKKOR stb. szavak, kifejezések helyes alkalmazása.	Frontális munka		
Univerzális és egzisztenciális kvantor.	A kvantorok pontos fogalmának kialakítása, szerepének felismerése pl. analízis témakörben.	Frontális munka		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Teljes indukció. Univerzális és egzisztenciális kvantor.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria	Órakeret javasolt óra- szám 40 óra
Előzetes tudás	Tételek távolsága, hajlásszöge. Középpontos hasonlóság és tulajdonságai. A hasonlósági transzformáció és tulajdonságai. Arányossági tételek a háromszögben. Szögek ívmértéke. Arányossági tételek a körben. Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pont-halmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: terület, felszín és térfogat kiszámítása. Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása új helyzetben. A tanult ismeretek alkalmazása sejtések, érvelések, indoklások megfogalmazásában, bizonyításban, cáfolásban. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Kerület- és területszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. (Háromszögek, négyszögek, kör és részei.)	Képi emlékezés, ismeretek felidézése. Képzeletben történő mozgatás, átdarabolás, szétvágás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> terület, kerület meghatározás. <i>Földrajz:</i> térképkészítési elvek.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Hengerszerű testek. Kúpszerű testek. Csonkagúla, csonkakúp.</p>	<p>Térbeli viszonyok, testek ábrázolási lehetőségei síkban. A tényleges alkotás összevetése az elképzelttel. Képi emlékezés. Megfigyelés adott tulajdonság szerint.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Vizuális kultúra:</i> axonometria. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram). <i>Kémia:</i> kristályok. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> a mindennapjainkban előforduló térbeli alakzatok modellje, absztrakciója.</p>	<p>T: számológép TD: interaktív tábla testmodellek</p>
<p>Felszín- és térfogatszámítás eddig tanult részeinek áttekintése. <i>Matematikatörténet:</i> Cavalieri, Archimédész, piramisépítés.</p>	<p>Testháló összehajtásának, szétvágásának elképzelése, különféle síkmetszetek lerajzolása. Adott tárgy több nézőpontból való elképzelése, vetületek megrajzolása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás</p>	<p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> térfogat- és felszínszámítás.</p>	<p>T: Számológép</p>
<p>Csonkagúla, csonkakúp felszíne és térfogata.</p>	<p>A középpontos hasonlóság tulajdonságainak felhasználása a képletek levezetésénél.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		<p>T: Számológép TD: interaktív tábla</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A gömb felszíne és térfogata.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egymásba írt testek felszínének, térfogatának vizsgálata. Térgeometriai ismeretek alkalmazása.	Térgeometria a mindennapjainkban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Biológia-egészségtan: vérkeringéssel kapcsolatos számítási feladatok.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Csonkagúla, csonkakúp. Gömb. Merőleges vetítés.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei	Órakeret javasolt óra- szám 40 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. Egyenlőtlenségek megoldása. Intervallumok. Ívmérték. Érintő, irántangens. Vektorok, bázisrendszer. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat. Pénzügyi alapismeretek. Az egyéni döntés felelősségének.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Alsó és felső közelítő összeg. A határozott integrál definíció- ja és tulajdonságai. A határozott integrál és a terü- let kapcsolata. <i>Matematikatörténet:</i> Riemann munkássága.	Beírt és körülírt téglalapok területének összegzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Az integrálfüggvény értelme- zése.	A differenciálhányados és az integrál közötti kapcsolat fel- fedezése.	Frontális munka.		
A primitív függvény és a hatá- rozatlan integrál fogalma és tulajdonságai.	Alapintegrálok megsejtése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Integrálási módszerek.	Módszer megismerése az $f(x) = ax + b$ és az $f(x) = x^n$ alakú függvények integrálására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Newton–Leibniz tétel. <i>Matematikatörténet:</i> Newton munkássága.	A határozott integrál kiszámítása és alkalmazása területszámításra, térfogatszámításra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás, harmonikus rezgőmozgás, a végzett munka.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Alsó közelítő összeg, felső közelítő összeg, határozott integrál, határozatlan integrál, integrálfüggvény, primitív függvény.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óra- szám 20 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek. Műveletek az események között.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Geometriai valószínűség.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Feltételes valószínűség. Független események. A feltételes valószínűség fogalma példákon keresztül. A Bayes-tétel szemléletes megértése.	A matematika több területének összekapcsolása (halmazok, gráfok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A valószínűségi változó.	Jelölések megjegyzése, fogalom megértése konkrét példákon keresztül.	Frontális munka.		
A valószínűségi változó várható értéke, szórása.	A várható érték, szórás szerepének belátása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Nagy számok törvényének szemléletes tartalma. <i>Matematikatörténet: Bernoulli.</i>	A matematika és a valóság kapcsolatának bemutatása példákon keresztül.	Frontális munka. Tanulói kiselőadás		
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Feltételes valószínűség, függetlenség, függőség, geometriai valószínűség. Valószínűségi változó, várható érték, szórás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	Rendszerező összefoglalás	Órakeret javasolt óra- szám 70 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Megfelelés az emelt szintű érettségi követelményeknek.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>Gondolkodási és megismerési módszerek</i>				
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Filozófia:</i> logika – a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.	TD: interaktív tábla
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla

Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
----------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------	--	--

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Bizonyítási módszerek.	Direkt, indirekt bizonyítások, teljes indukció, skatulyaelv alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Kombinatorika.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok. Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel, műveletek függvényekkel.	Alkalmazás elemzés, problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
<i>Számтан, algebra</i>				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, logaritmus azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepe, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: képletek használata.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek (első- és másodfok, négyzetgyökös, abszolút értéket, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus). Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Megoldáshalmaz.	Alkalmazás feladatmegoldásban, modellalkotásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Önellenőrzés. Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása (első- és másodfok, abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus).	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető, mindennapjainkból vett szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés. Törekvés a hatékony, önálló tanulásra.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>Geometria</i>				
Geometriai alapfogalmak, pontthalmazok.		Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Geometriai transzformációk.	Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Háromszögre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Négyszögekre vonatkozó tételek és. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Allítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Körre vonatkozó tételek.	Allítások, tételek jelentésére való emlékezés, bizonyítási módszerek felelevenítése. Alkalmazásuk problémamegoldásban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n -esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Parabola egyenlete. Két alakzat közös pontja. Görbék érintői. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép interaktív tábla TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szögfüggvények alkalmazása háromszögekben. Forgásszögek.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Kerületszámítás, területszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
A tanult térbeli alakzatok áttekintése.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Felszín- és térfogatszámítás.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
<i>Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei</i>				
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		TD: interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x) \parallel c, f(x \parallel c); cf(x)$ $;f(cx), c \parallel f \parallel ax \parallel$ $b \parallel \parallel d$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		TD: interaktív tábla
Differenciálszámítás.	Függvénydiszkusszió, gyakorlati szélsőérték-feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Integrálszámítás.	Terület- és térfogatszámítási feladatok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla Testmodellek
Sorozatok és tulajdonságaik.	Sorozatok jellemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: interaktív tábla
Függvények használata valós folyamatok elemzésében.	Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>Valószínűesszámitás, statisztika</i>				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentősége.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép Számítógép TD: interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei. Valószínűségi változók, eloszlások.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságatlanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan: szenvedélybetegségek és rizikófaktor.</i>	T: Számológép TD: interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Térelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			

Továbbhaladás feltételei

Ismeri és alkalmazza a tanult halmazműveleteket.

Képes adott véges halmazok esetén kiszámítani a számosságokat.

Tud egyszerű (matematikai) szövegeket értelmezni.

Megfelelően alkalmazza az ítélet fogalmát.

Egyszerű feladatokban alkalmazza a negáció, konjunkció, diszjunkció műveletét, és ezt össze tudja kapcsolni a halmazműveletekkel.

Különbséget tud tenni definíció és tétel között.

Használja és alkalmazza feladatokban a szükséges, az elégséges és a szükséges és elégséges feltételt.

Tud kombinatorikai feladatokat megoldani.

Tud konkrét szituációkat szemléltetni gráfok segítségével.

Tud prímtényezősbontás és a tanult oszthatósági szabályok alkalmazásával egyszerű feladatokat megoldani.

Ismeri a való számkör felépítését.

Ismeri és használja a hatványozás azonosságait.

Ismeri és használja feladatok megoldásában a logaritmus fogalmát és azonosságait.

Tud algebrai kifejezésekkel műveleteket végezni.

Felismeri az egyenes és fordított arányosságot, jól alkalmazza a százalékszámítást.

Algebrai és grafikus módon is tud első- és másodfokú egyenleteket, egyenlőtlenégeket, valamint elsőfokú egyenletrendszereket megoldani.

Képes nagyon egyszerű abszolútértékes, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani.

Tud értéktáblázat és képlet alapján függvényt ábrázolni és adatokat leolvasni a grafikonról.

Képes jellemezni grafikonnal megadott függvényeket.

Ki tudja számítani számtani, illetve mértani sorozat tagjait és részletösszegeit.

Ismeri a sorozatok alapvető jellemzőit, képes konvergens sorozatok határértékét meghatározni.

Helyesen alkalmazza feladatokban a térelemek távolságára és szögére vonatkozó definíciókat.

Felismeri és használja feladatokban a különböző alakzatok szimmetriáit.

Ismeri a háromszög oldalai és szögei közötti összefüggéseit, a háromszög nevezetes vonalait és pontjait.

Képes alkalmazni a Thalész- és a Pitagorasz-tételt.

Ismeri a négyszögek fajtáit és tulajdonságait.

Helyesen alkalmazza a tanult kerület-, terület-, felszín- és térfogat-számítási képleteket, módszereket feladatokban.

Képes háromszögek hiányzó adatainak kiszámítására szögfüggvények, illetve szinusz- és koszinusztétel segítségével.

Érti a vektor koordinátáinak fogalmát.

Jól tudja különböző adatokból az egyenes és a kör egyenletét felírni.

Képes egyenesek metszéspontját kiszámolni.

Képes statisztikai adatokat rendezni, grafikonon ábrázolni, adott diagramról információt kiolvasni.

Meg tudja határozni konkrét adatsokaság móduszát, mediánját, aritmetikai átlagát.

Képes adathalmazokat összehasonlítani statisztikai mutatók segítségével.

Feladatokban jól alkalmazza a klasszikus és a geometriai valószínűség-számítási modellt.

A fejlesztés várt eredményei a 11-12. évfolyamos ciklus végén

Gondolkodási és megismerési módszerek

- A permutáció, variáció, kombináció fogalmának, kiszámítási módjának ismerete.
- A direkt és indirekt bizonyítás, a skatulyaelv, a teljes indukció és a logikai szitaformula ismerete és alkalmazása.
- A tételek és megfordításuk megkülönböztetése, megfelelő módon történő alkalmazása. Feltétel és következmény felismerése következtetésben.
- Az ekvivalencia, az implikáció, a konjunkció és a diszjunkció szerepének felismerése az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldásakor.
- A Pascal-háromszög és képzési szabályának ismerete, n elemű halmaz összes részhalmazának kiszámolása.
- A kvantorok használata állítások, tételek megfogalmazásakor (pl. az analízis fogalmai esetében).
- A gráfokkal kapcsolatos alapfogalmak ismerete, s ezek segítségével egyszerűbb feladatok megoldása.

A tanulók tudjanak kombinatorikai problémákat jól megoldani, a rendszerezett összeszámlálás, a tanult ismeretek segítségével, és tudják ezeket összetettebb feladatokban is alkalmazni.

Alkalmazzák a matematikai logikában tanult ismereteiket állítások megfogalmazásában, fogalmak meghatározásakor.

A gráfok ne csak matematikai fogalomként szerepeljenek tudásukban, alkalmazzák ismereteiket a feladatmegoldásban.

Tudjanak algoritmusokat értelmezni, s készíteni. Lássák és értsék meg különböző típusú játékok matematikai magyarázatát.

Az ismeretek elsajátításával, a feladatok megértésével és azok megoldásával alakuljon ki a logikus gondolkodás, pontosságra törekvés.

Használják a kreativitásukat és konstruktivitásukat a problémák megoldása során.

Számтан, algebra

- A kiterjesztett gyök- és hatványfogalom ismerete.
- A logaritmus fogalmának ismerete.
- A gyök, a hatvány és a logaritmus azonosságainak ismerete és alkalmazása.
- Trigonometrikus azonosságok ismerete, és a függvénytáblázat használata.
- Exponenciális és logaritmosos egyenletek, egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek megoldása, önálló ellenőrzése.
- Trigonometrikus egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása.
- A mindennapok gyakorlatában és a tudományban előkerülő problémák megoldása a valós számkörben tanult új műveletek felhasználásával.
- Számológép, számítógép célszerű használata a feladatmegoldásokban.

A tanulók tudják definiálni számok n -edik gyökét, alkalmazni a gyökökre vonatkozó azonosságokat. Készségszinten alkalmazzák a hatványozás és a logaritmus azonosságait. Tudjanak azonosságokat igazolni, s a tanult azonosságokat (pl. az addíciós tételeket) feladatok megoldásában alkalmazni.

Tudjanak megoldani egyszerűbb paraméteres egyenletet, készségszinten oldjanak meg kétismeretlenes lineáris és másodfokú egyenletrendszert, ismerjék a megoldások számának különböző lehetőségeit. Ismerjék fel, ha magasabbfokú egyenlet megoldását vissza lehet vezetni másodfokúra, és tudják az ilyen egyenleteket megoldani.

Tudják, hogy a trigonometrikus egyenletnek végtelen sok megoldása is lehet, s tudják, hogy ilyen esetben hogyan állapítható meg a gyökök valódi vagy hamis volta.

Tudjanak szöveges feladatot leírni az egyenlet nyelvén, a megoldását ellenőrizni. Képesek legyenek szélsőérték-problémákhoz a célszerű matematikai modellt megtalálni.

Geometria

- A tanuló ismerje, tudja bizonyítani és alkalmazni a kerületi és középponti szögek tételét és megfordítását, a húrnégyszögek tételét, az érintőnégyszögek tételét, ismerje és alkalmazza a párhuzamos szelők tételét.
- A szinusz és koszinusz tétel ismerete, célszerű használata.
- Két vektor skaláris szorzatnak meghatározása.
- Tudja használni a tanuló a vektorokat a koordináta-rendszerben.
- A geometriai és algebrai ismeretek közötti összekapcsolódás elemeinek ismerete: távolság, szög számítása a koordináta-rendszerben, egyenes, kör és a parabola egyenlete, geometriai feladatok algebrai megoldása.
- Hosszúság, szög, kerület, terület, felszín és térfogat kiszámítása.

A tanulók alkalmazzák számolási, gyakorlati feladatokban a háromszögekre vonatkozó általános tételeket.

Ismerjék és tudják bizonyítani a háromszögek nevezetes vonalaira, pontjaira vonatkozó tételeket, tudják ezeket alkalmazni bizonyítási és szerkesztési feladatokban.

Ismerjék az euklideszi szerkesztés fogalmát, a szerkesztési feladatok megoldási lépéseit, tudjanak megoldani háromszögek, négyszögek szerkesztésére vonatkozó feladatokat.

Tudjanak valós problémákhoz geometriai modellt alkotni, és a megoldásnál az ismereteiket alkalmazni.

Ismerjék a skaláris szorzat fogalmát, tulajdonságait, koordinátákkal való kiszámítási módját. Koordinátageometriai ismereteik segítségével tudjanak geometriai számítási és egyszerűbb bizonyítási feladatokat megoldani.

Tudjanak térbeli problémákhoz axonometrikus ábrát készíteni, ezzel a megoldást elősegíteni.

Összefüggések, függvények, sorozatok, az analízis elemei

- Trigonometrikus függvények értelmezése.

- Függvénytranszformációk alkalmazása.
- Exponenciális, logaritmikus, hatványfüggvények ismerete.
- Inverz függvény, összetett függvény felismerése, képzése.
- Exponenciális folyamatok matematikai modellje.
- A differenciálszámítás alkalmazása.
- Az integrálszámítás alkalmazása.
- Sorozatok és tulajdonságaik ismerete.
- A számtani és a mértani sorozat. A végtelen mértani sor fogalmának ismerete, összegének meghatározása speciális esetekben.

Az új függvények ismerete és jellemzése során a tanulóknak legyen átfogó képük a függvénytulajdonságokról, azok felhasználhatóságáról.

Ismerjék a függvény határértékének és folytonosságának fogalmát. Tudják a tanult függvények adott helyhez tartozó határértékét megállapítani. Tudjanak példákat adni folytonos és nem folytonos függvényekre. Ismerjék és értsék a differenciálhányados fogalmát. Tudják, hogy a deriváltfüggvény segítségével hogyan vizsgálható a függvény menete, hogyan lehet meghatározni a függvény lokális szélsőértékeit. Ismerjenek elemi módszereket is a szélsőértékek megállapítására.

Ismerjék a kétoldali közelítés módszerét. Ismerjék a határozott integrál fogalmát, tulajdonságát, a primitív függvény fogalmát, a Newton-Leibniz tételt, s tudják a felsoroltakat feladatmegoldásokban alkalmazni.

Tudják a sorozatok tulajdonságait felhasználni a gyakorlati feladatok megoldása során.

Valószínűség, statisztika

- Statisztikai mutatók használata adathalmaz elemzésében.
- A valószínűség matematikai fogalma.
- A valószínűség klasszikus modelljének, a valószínűség-számítás axiómáinak ismerete.
- Geometriai valószínűség kiszámítása.
- Feltételes valószínűség, független esemény fogalmának ismerete.
- A valószínűségi változó fogalmának szemléletes tartalma.
- A binomiális és hipergeometrikus eloszlás alkalmazása.
- A valószínűségi változó várható értékének, szórásának meghatározása speciális esetben.
- A nagy számok törvényének szemléletes megértése.

A tanulók a mindennapok gyakorlatában előforduló valószínűségi problémákat tudják értelmezni, kezelni. Véges, végtelen sok kimenetelű kísérlethez tudjanak megfelelő modellt készíteni.

Értsék a várható érték, a szórás jelentését, tudják kiszámítani a tanult eloszlásoknál. Tudják egyszerűbb valószínűségi játékok esélyelemzését elvégezni. Értsék meg, hogy egyes események valószínűsége bizonyos feltételektől függhet.

Megfelelő kritikával fogadják a statisztikai vizsgálatok eredményeit, lássák a vizsgálatok korlátait, érvényességi körét.

A matematikai tanulmányok végére a matematikatudás segítségével önállóan tudjanak megoldani matematikai problémákat.

Kombinatív gondolkodásuk fejlődésének eredményeként legyenek képesek többféle módon megoldani matematikai feladatokat.

Fejlődjön a bizonyítási, diszkussziós igényük olyan szintre, hogy az érettségi után a döntési helyzetekben tudjanak reálisan dönteni.

Feladatmegoldásokban rendszeresen használják a számológépet, elektronikus eszközöket.

Tudjanak a síkban, térben tájékozódni, az ilyen témájú feladatok megoldásához célszerű ábrákat készíteni.

A feladatmegoldások során helyesen használják a tanult matematikai szakkifejezéseket, jelöléseket.

A tanulók váljanak képessé a pontos, kitartó, fegyelmezett munkára, törekedjenek az önellenőrzésre, legyenek képesek várható eredmények becslésére.

A helyes érvelésre szoktatással fejlődjön a tanulók kommunikációs készsége.

Rendelkezzenek alapvető matematikai kultúrtörténeti ismeretekkel, ismerjék a legnagyobb matematikusok felfedezéseit, legyen rálátásuk a magyar matematikusok eredményeire.

Matematika (3+3+3+4)

A 2020-as NAT-hoz illeszkedő tartalmi szabályozók alapján készült

A középfokú képzés során a matematika tanulása-tanítása tekintetében az egyik legfontosabb feladat a tanuló önálló, rendszerezett, logikus gondolkodásának kialakítása, fejlesztése. A 9. évfolyamtól kezdve a spirális felépítésnek megfelelően – a korábbi képzési szakaszok során megszerzett készségekre, képességekre és ismeretekre alapozva – egyre absztraktabb formában épül fel a matematika belső struktúrája (fogalmak definíciója, tételek, bizonyítások).

Az 1–4. és 5–8. évfolyamos képzés nevelési-oktatási szakaszait jellemző tanuláshoz és tanításhoz képest a 9–12. évfolyamokon fokozatosan hangsúlyosabbá válik a matematika deduktív jellege. Az új fogalmakat, algoritmusokat, ismereteket viszont továbbra is induktív módon, szemléltetéssel, felfedeztetéssel, tanulói tevékenységekre építve, a valósághoz kapcsolva kell bevezetni.

Ebben a nevelési-oktatási szakaszban az ismert számok köre az irracionális számokkal bővül, valamint új műveletek bevezetésére és már ismert műveletek alaphalmazának bővítésére kerül sor a permanenciaelv alapján. Ezen folyamat során a tanuló egyre inkább képes lesz rá, hogy változatos matematikai objektumokat jelölő szimbólumokkal végezzen műveleteket.

A matematika a maga hagyományos és modern eszközeivel segítséget ad a természettudományok, az informatika, a technika és a humán tanulási területek ismeretanyagának tanulmányozásához, a mindennapi problémák, a természeti és a gazdasági folyamatok értelmezéséhez és kezeléséhez. Ehhez – több más fogalom mellett – szükséges a függvény fogalmának változatos (nemcsak számhalmazokon értelmezett) példák mentén történő kiterjesztése.

A tanuló a matematika szaknyelvét érti és tudatosan használja. Életkorának megfelelő matematikai, matematikatörténeti szöveget képes önállóan olvasni, értelmezni. Mind írásban, mind szóban képes gondolatait a matematika szaknyelvének szabatos alkalmazásával közölni. A tanuló különböző forrásokat (tankönyv, függvénytáblázat, saját jegyzet, digitális források) használhat az órákon és a számonkérések alkalmával, bizonyos tételek, azonosságok, képletek felidézésére.

A tanuló társaival közösen tervez és hajt végre kooperatív tevékenységeket, projekteket. A közös munkában érvel, képes a vitára, az érvei ütköztetésére. Mérlegeli és kontrollálja mind a társai, mind a saját véleményét.

Ebben az életkorban is érvényesülnie kell a tanuló érdeklődésének, adottságának, absztrakciós szintjének megfelelő differenciálásnak. Ez a differenciálás jelentheti a Nat-ban leírt tananyagtartalmaknak a lehetőségekhez igazított bővítését is.

A tanuló digitális eszközöket, a tanulást, a szemléltetést, a tapasztalatszerzést és a felfedezést segítő szoftvereket, digitális információforrásokat használ, a matematika alkalmazását segítő számítógépes programokat ismer meg. Aktív résztvevője a tanulási-tanítási folyamatnak, ami lehetővé teszi azon kompetenciáinak és tervezési stratégiáinak a fejlődését, amelyek segítik a mai gyorsan változó világban való eligazodást és a különböző élethelyzetekben előforduló problémák megoldását.

A matematika tantárgy a Nemzeti alaptantervben rögzített kulcskompetenciákat az alábbi módon fejleszti:

A tanulás kompetenciái: A matematika tanulása során elengedhetetlen a tananyag alapos és átfogó megértése. A szöveges feladatok megoldása fejleszti az értő olvasás és a releváns információk kiválasztásának készségét. Az általánosítás és az analógiák adekvát használata, több szempont egyidejű figyelembevétele, a rendszerezési képesség, a megszerzett tudás új helyzetekben való alkalmazása elősegítik az aktív, önirányított tanulás kompetenciáinak kialakítását, fenntartását, megerősítését. A matematika tantárgy a matematikai logika és az algoritmikus gondolkodás fejlesztésével, az ok-okozati összefüggések megláttatásával hozzájárul a többi tantárgy tanulásához szükséges rendszerező, összefüggéseket felismerő, ezáltal hatékony önálló tanulási módszerek elsajátításához és megfelelő alkalmazásához is.

A kommunikációs kompetenciák: A matematika fejleszti a tanuló azon képességét, hogy világosan, röviden és pontosan fejezze ki gondolatait. A matematika tanulása során fokozatosan alakul ki a tanuló érvelési és vitakészsége. A szöveges problémák megoldása javítja a szöveg megértésének készségét: a tanulónak meg kell keresnie az információkat és fel kell ismernie egy adott információ jelentőségét a probléma megoldása során. A matematika tanulási folyamatában kialakul a különböző módon (szöveg, grafikon, táblázat, diagram és képlet) bemutatott tartalmak megértésének és alkotásának készségrendszere.

A digitális kompetenciák: A matematika tanulása során hangsúlyos szerepet kap a problémamegoldás és az algoritmikus gondolkodás, melyek elősegítik a tanuló digitális kompetenciáinak fejlesztését. A különböző matematikai tárgyú szoftverek, alkalmazások, applikációk és játékok alkalmazásán keresztül a matematika tanulása hozzájárul a tanuló digitális kultúrájának kialakításához.

A matematikai, gondolkodási kompetenciák: A matematika tanulása során a tanuló gondolkodásának fejlesztése elsősorban konkrét problémák megoldásán keresztül történik. A tanuló előzetes tudása és tapasztalata alapján azonosítja a problémákat, majd ismert matematikai fogalmakra támaszkodva stratégiát dolgoz ki ezek megoldására. Elfogadja, hogy a megoldás több különböző úton is elképzelhető, illetve találkozhat olyan nyitott problémákkal is, amelyeknek több megoldása is lehetséges. Kellő kitartással próbál ki különböző matematikai módszereket, és felismeri azokat a problémákat is, amelyeknek nincs megoldása.

A tanuló mérlegelő gondolkodásának fejlesztése többek között a feladatok megoldása során kapott eredmények elemzésén és értékelésén keresztül történik. A tanuló megtanul induktív úton példákat általánosítani és deduktív érvelést használni a matematikai állítások bizonyítására.

A személyes és társas kapcsolati kompetenciák: A matematika tanulása fejleszti a kitartás, a pontosság, a figyelem és a fegyelmezettség képességét. A matematika tanuláson keresztül erősödik a tanuló felelősségtudata, gazdagodik az önképe, fejlődik a kooperációs készsége. A tanuló matematikai ismereteit alkalmazni tudja az egyéni célok eléréséhez szükséges tervezésben, az életét befolyásoló döntései megalapozásában és meghozatalában, a várható következmények mérlegelésében. A matematika tanulása elősegíti annak belátását, hogy a személyes erősségekre építeni, a hibákból pedig tanulni lehet.

A tanuló a matematikai foglalkozások során megtanulja, hogyan oszthatja meg ötleteit másokkal, és hogyan segítheti társait a matematikai fogalmak megértése vagy azok alkalmazása során. Felelősséget vállal a közösen kitzűzött feladatok elvégzéséért, s megtanulja tisztelni mások álláspontját, gondolkodásmódját.

A kreativitás, a kreatív alkotás, önkifejezés és kulturális tudatosság kompetenciái: A matematika olyan tudomány, amely összeköti a különböző kultúrákat. A tanuló megismeri a gondolkodás logikai felépítésének eleganciáját, a matematikának a természethez, a művészetekhez és az épített környezethez fűződő viszonyát.

A tanuló konkrét vagy képi reprezentációval vagy szimbolikus modellekkel végzi a matematikai gondolatok vagy kapcsolatok feltárását, majd új kapcsolatokat alakít ki a matematikai fogalmak között.

Munkavállalói, innovációs és vállalkozói kompetenciák: A kompetencia fejlesztése valódi adatok felhasználásával összeállított mindennapi problémák megoldásán keresztül történik. Ennek során a különböző megoldási lehetőségek keresése fejleszti a gondolkodás rugalmasságát és az új ötletek megalkotásának képességét. A tanuló megfelelő játékokon keresztül képessé válik a különböző kockázatok felmérésére, a számára kedvezőnek tűnő stratégia kidolgozására, és

megtapasztalja döntései következményét. A matematikai projektekben való részvétel segíti a későbbi munkavállalás szempontjából fontos készségek kialakulását (kreativitás, problémamegoldás, kezdeményezőkézség, másokkal való együttműködés készsége).

9–10. évfolyam

A 9–10. évfolyamon a korábbi képzési szakaszok során megszerzett ismeretekre és kialakított készségekre, képességekre alapozva – a spirális tananyagfelépítést szem előtt tartva – az egyes témakörök új ismeretei matematikai szempontból egyre pontosabb és elvontabb formában jelennek meg a tanulási-tanítási folyamat során. Egyre határozottabb a fogalmak pontos definiálásának, az állítások, tételek indoklásának, bizonyításának, valamint az általánosításnak az igénye. Erre a szakaszra fokozottan jellemző a korábbi és az új ismeretek egységes rendszerbe foglalása, az egyes témakörökön belüli rendszerezés.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló – a lehetőségekhez mérten – a tanár által irányított módon, feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok fejlesztik a matematikai kommunikációt. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést és a felfedeztetést.

A 9–10. évfolyamon megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Ebben a szakaszban jelennek meg először a valós számok; elsőfokú egyenlőtlenségek, egyenletrendszerek; másodfokú egyenletek, egyenlőtlenségek; a függvény fogalma, függvénytulajdonságok; a kör és részei. Vannak olyan témakörök, amelyek megjelennek más területek tanítása során is, ezért a tananyag egyes részeihez javasolt óraszámok nem feltétlenül jelentenek időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése lehetővé teszi a hétköznapi vagy matematikai nyelven megfogalmazott problémák és a megoldás során alkalmazott matematikai modellek körének bővülését.

9. évfolyam

Témakörök

	javasolt óraszámok
	3 óra/hét (102 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra
2. Számтан, algebra	32 óra
3. Összefüggések, függvények, sorozatok	20 óra
4. Geometria	32 óra

5. Valószínűség, statisztika	8 óra
------------------------------	-------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óra- szám 10 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valós számok halmazának ismerete. Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Halmazok eszközjellegű használata. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfelkészítés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Véges és végtelen halmazok. Végtelen számosság szemléletes fogalma. <i>Matematikatörténet:</i> Cantor.	Annak megértése, hogy csak a véges halmazok elemszáma adható meg természetes számmal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Részhalmaz. Halmazműveletek: unió, metszet, különbség. Halmazok közötti viszonyok megjelenítése.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Szöveges megfogalmazások matematikai modellre fordítása. Elnevezések megtanulása, definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mondatok, szavak, hangok rendszerezése. <i>Biológia-egészségtan:</i> halmazműveletek alkalmazása a rendszertanban. <i>Kémia:</i> anyagok csoportosítása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Alaphalmaz és komplementer halmaz.	Annak tudatosítása, hogy alaphalmaz nélkül nincs komplementer halmaz. Halmaz közös elem nélküli halmazokra bontása jelentőségének belátása.	Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.	<i>Biológia-egészségtan:</i> élőlények osztályozása; besorolás közös rész nélküli halmazokba.	
A megismert számhalmazok: természetes számok, egész számok, racionális számok. A számírás története.	A megismert számhalmazok áttekintése. Természetes számok, egész számok, racionális számok elhelyezése halmazábrában, számegyenesen.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás	<i>Informatika:</i> számábrázolás (problémamegoldás táblázatkezelővel).	
Valós számok halmaza. Az intervallum fogalma, fajtái. Irracionális szám létezése.	Annak tudatosítása, hogy az intervallum végtelen halmaz.	Feladatmegoldás önállóan Frontális munka.		
Távolsággal megadott ponthalmazok, adott tulajdonságú ponthalmazok.	Ponthalmazok megadása ábrával. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (például két feltétellel megadott ponthalmaz).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Vizuális kultúra:</i> a tér ábrázolása. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Szöveges feladatok. (Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)</p>	<p>Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése. Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan. Frontális munka.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>	<p>T: Számológép</p>
<p>Nyitott mondatok igazsághalmozása, szemléltetés módjai.</p>	<p>Halmazok eszközjellegű használata.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		
<p>A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.</p>	<p>Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.</p>	<p>T: interaktív tábla</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Bizonyítás.	<p>Gondolatmenet tagolása. Rendszerezés (érvek logikus sorrendje).</p> <p>Következtetés megítélése helyesége szerint. A bizonyítás gondolatmenetére, bizonyítási módszerekre való emlékezés.</p> <p>Kidolgozott bizonyítás gondolatmenetének követése, megértése.</p> <p>Példák a hétköznapiakból helyes és helytelenül megfogalmazott következtetésekre.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>	<p><i>Etika:</i> a következtetés, érvelés, bizonyítás és cáfolat szabályainak alkalmazása.</p>	
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámlálás, sorbarende-zés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	<p>Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni.</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés).</p> <p>Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>	<p><i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.</p>	T: dobókocka
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Unió, metszet, különbség, komplementer halmaz. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY.). Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret javasolt óra- szám 32 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hatványozás 0 és negatív egész kitevőre. Permanencia-elv.	Fogalmi általánosítás: a korábbi definíció kiterjesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

A hatványozás azonosságai.	Korábbi ismeretekre való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Számok abszolút értéke.	Egyenértékű definíció (távolsággal adott definícióval).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> hőmérséklet, elektromos töltés, áram, feszültség előjeles értelmezése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Különböző számrendszerek. A helyiértékes írásmód lényege. Kettes számrendszer. <i>Matematikatörténet: Neumann János.</i></p>	<p>A különböző számrendszerek egyenértékűségének belátása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás</p>	<p><i>Informatika:</i> kommunikáció ember és gép között, adattárolás egységei.</p>	<p>T: számológép interaktív tábla</p>
<p>Számok normálalakja.</p>	<p>Az egyes fogalmak (távolság, idő, terület, tömeg, népesség, pénz, adat stb.) mennyiségi jellemzőinek kifejezése számokkal, mennyiségi következtetések. Számolás normálalakkal írásban és számológép segítségével. A természettudományokban és a társadalomban előforduló nagy és kis mennyiségekkel történő számolás</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>	<p><i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> tér, idő, nagyságrendek – méretek és nagyságrendek becslése és számítása az atomok méreteitől az ismert világ méretéig; szennyezés, környezetvédelem.</p>	<p>T: számológép</p>
<p>Nevezetes azonosságok: kommutativitás, asszociativitás, disztributivitás. Számolási szabályok, zárójelek használata.</p>	<p>Régebbi ismeretek mozgósítása, összeillesztése, felhasználása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.</p>		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Szöveges számítási feladatok a természettudományokból, a mindennapokból.	Szöveges számítási feladatok megoldása a természettudományokból, a mindennapokból (pl. százalékszámítás: megtakarítás, kölcsön, áremelés, árleszállítás, bruttó ár és nettó ár, ÁFA, jövedelemadó, járulékok, élelmiszerek százalékos összetétele). A növekedés és csökkenés kifejezése százalékkal („mihez viszonyítunk?”). Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv). Számológép használata. Az értelmes kerekítés megtalálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok. <i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Földrajz:</i> a pénzvilág működése. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> tudatos élelmiszerválasztás, becslések, mérések, számítások. <i>Társadalmi, állampolgári és gazdasági ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.	T: számológép
$(a \pm b)^2$, polinom alakja, $a^2 - b^2$ szorzat alakja. Azonosság fogalma.	Ismeretek tudatos memorizálása (azonosságok). Geometria és algebra összekapcsolása az azonosságok igazolásánál.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> számítási feladatok megoldása (pl. munkatétel).	
Egyszerű feladatok polinomok, illetve algebrai törtek közötti műveletekre. Tanult azonosságok alkalmazása. Algebrai tört értelmezési tartománya. Algebrai kifejezések egyszerűbb alakra hozása.	Ismeretek felidézése, mozgósítása (pl. szorzattá alakítás, tört egyszerűsítése, bővítése, műveletek törtekkel).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> számítási feladatok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyes változók kifejezése fizikai, kémiai képletekből.	A képlet értelmének, jelentőségének belátása. Helyettesítési érték kiszámítása képlet alapján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> képletek értelmezése..	T: számológép
Elsőfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Különböző módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (behelyettesítő módszer, ellentett együtthatók módszere).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika.	T: számológép
Elsőfokú egyenletre, egyenlőtlenségre, egyenletrendszerre vezető szöveges feladatok.	A mindennapokhoz kapcsolódó problémák matematikai modelljének elkészítése (egyenlet, egyenlőtlenség, illetve egyenletrendszer felírása); a megoldás ellenőrzése, a gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> kinematika, dinamika. <i>Kémia:</i> százalékos keverési feladatok.	T: számológép
Egy abszolútértéket tartalmazó egyenletek. $x + c = ax + b$.	Definíciókra való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hatvány. Normálalak. Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Elsőfokú egyenlet. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Összefüggések, függvények, sorozatok			Órakeret javasolt óra- szám 20 óra
Előzetes tudás	Halmazok. Hozzárendelés fogalma. Grafikonok készítése, olvasása. Pontok ábrázolása koordináta-rendszerben.			
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár			
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla			
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Összefüggések, folyamatok megjelenítése matematikai formában (függvény-modell), vizsgálat a grafikon alapján. A vizsgálat szempontjainak kialakítása. Függvénytranszformációk algebrai és geometriai megjelenítése.			
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A függvény megadása, elemi tulajdonságai.	Ismeretek tudatos memorizálása (függvénytani alapfogalmak). Alapfogalmak megértése, konkrét függvények elemzése a grafikonjuk alapján. Időben lejátszódó valós folyamatok elemzése grafikon alapján. Számítógép használata a függvények vizsgálatára.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan:</i> időben lejátszódó folyamatok leírása, elemzése. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata, adatkezelés táblázatkezelővel.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
A lineáris függvény, lineáris kapcsolatok. A lineáris függvények tulajdonságai. Az egyenes arányosság. A lineáris függvény grafikonjának meredeksége, ennek jelentése lineáris kapcsolatokban.	Táblázatok készítése adott szabálynak, összefüggésnek megfelelően. Időben lejátszódó történések megfigyelése, a változás megfogalmazása. Modellek alkotása: lineáris kapcsolatok felfedezése a hétköznapi életben (pl. egységár, a változás sebessége). Lineáris függvény ábrázolása paramétereinek alapján. Számítógép használata a lineáris folyamat megjelenítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> időben lineáris folyamatok vizsgálata, a változás sebessége. <i>Kémia:</i> egyenes arányosság. <i>Informatika:</i> táblázatkezelés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tan eszközök
Az abszolútérték-függvény. Az $f(x) = a x - u + v$ függvény grafikonja, tulajdonságai ($a \neq 0$).	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
A négyzetgyökfüggvény. Az $f(x) = \sqrt{x}$ ($x \geq 0$) függvény grafikonja, tulajdonságai.	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> matematikai inga lengésideje.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
Az $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $f(x) = a(x - u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
A fordított arányosság függvénye. grafikonja, tulajdonságai	Ismeretek felidézése (függvénytulajdonságok).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> ideális gáz, izoterma. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla

Függvények alkalmazása.	Valós folyamatok függvénymodelljének megalkotása. A folyamat elemzése a függvény vizsgálatával, az eredmény összevetése a valósággal. A modell érvényességének vizsgálata. Számítógép alkalmazása (pl. függvényrajzoló program). Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> kinematika. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
Egyenlet, egyenletrendszer grafikus megoldása.	Egy adott probléma megoldása két különböző módszerrel. Az algebrai és a grafikus módszer összevetése. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Számítógépes program használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz:</i> számítási feladatok.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Függvény. Valós függvény. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, növekedés, fogyás, szélsőérték hely, szélsőérték. Alapfüggvény. Függvénytranszformáció. Lineáris kapcsolat. Meredekség. Grafikus megoldás.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óra- szám 32 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Háromszögek egybevágósága. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szimmetria szerepének felismerése a matematikában, a valóságban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóság tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások. Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Geometriai alapfogalmak. Tér- elemek, távolságok és szögek értelmezése.	Idealizáló absztrakció: pont, egyenes, sík, síkidomok, testek. Vázlat készítése.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
A háromszög nevezetes vonalai, körei. Oldalfelező merőlegesek, belső szögfelezők, magasságvona- lak, középvonalak tulajdonságai. Körülírt kör, beírt kör. Matematikatörténet.	A definíciók és tételek pontos ismerete, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbe- szélés. Frontális munka. tanulói kiselőadás.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimu- lációs programok használata (geometriai szerkesztőprog- ram).	TD: Interaktív tábla
Konvex sokszögek általános tu- lajdonságai. Átlók száma, belső szögek összege. Szabályos sok- szög belső szöge.	Fogalmak alkotása specializálás- sal: konvex sokszög, szabályos sokszög.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla

Kör és részei, kör és egyenes. Ív, húr, körcikk, körszelet. Szelő, érintő.	Fogalmak pontos ismerete.	Frontális munka.	<i>Fizika:</i> körmozgás, a körpályán mozgó test sebessége. <i>Vizuális kultúra:</i> építészeti stílusok.	TD: Interaktív tábla
A körív hossza. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körív hossza között (szemlélet alapján).	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> körmozgás sebessége, szögsebessége. <i>Földrajz:</i> távolság a Föld két pontja között.	
A körcikk területe. Egyenes arányosság a középponti szög és a hozzá tartozó körcikk területe között.	Együttváltozó mennyiségek összetartozó adatként vizsgálata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A szög mérése. A szög ívmértéke.	Mérés, mérési elvek megismerése. Mértékegység-választás, mérőszám.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> szögsebesség, körmozgás, rezgőmozgás. <i>Földrajz:</i> tájékozódás a földgömbön; hosszúsági és szélességi körök, helymeghatározás.	T: Számológép
Thalész tétele. A matematika mint kulturális örökség.	Ismeretek tudatos memorizálása. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Pitagorasz-tétel alkalmazásai. (Koordináta-geometria előkészítése.)	Ismeretek mozgósítása, rendszeresítése problémamegoldás érdekében. Állítás és megfordításának gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> vektor felbontása merőleges összetevőkre.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A tengelyes és a középpontos tükrözés, az eltolás, a pont körüli elforgatás. A transzformációk tulajdonságai. A geometriai vektorfogalom.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> elmozdulásvektor, forgások. <i>Földrajz:</i> bolygók tengely körüli forgása, keringés a Nap körül.	
Egybevágóság, szimmetria.	Szimmetria felismerése a matematikában, a művészetekben, a környezetünkben található tárgyakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata. <i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok. <i>Biológia-egészségtan:</i> az emberi test síkjai, szimmetriája.	
Szimmetrikus négyszögek. Négyszögek csoportosítása szimmetriák szerint. Szabályos sokszögek.	Fogalmak alkotása specializálással.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Vizuális kultúra:</i> kifejezés, képzőművészet; művészettörténeti stíluskorszakok.	
Egyszerű szerkesztési feladatok.	Szerkesztési eljárások gyakorlása. Szerkesztési terv készítése, ellenőrzés. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Pontos, esztétikus munkára nevelés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	
Vektorok összege, két vektor különbsége.	Műveleti analógiák (összeadás, kivonás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> erők összege, két erő különbsége, vektormennyiség változása (pl. sebességváltás).	
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Tér, sík, egyenes, pont. Sokszög. Háromszög, négyszög, speciális háromszög, speciális négyszög. Belső szög, külső szög, átló. Kerület, terület. Egybevágó. Szimmetria. Arány. Vektor, vektorművelet.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óra- szám 8 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Statisztikai adatok és ábrázolásuk (gyakoriság, relatív gyakoriság, eloszlás, kördiagram, oszlopdiagram, vonaldiagram).	Adatok jegyzése, rendezése, ábrázolása. Együttváltató mennyiségek összetartozó adatként való jegyzése. Diagramok, táblázatok olvasása, készítése. Grafikai szervezők összevetése más formátumú dokumentumokkal, következtetések levonása írott, ábrázolt és számszerű információ összekapcsolásával. Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.	<i>Informatika:</i> adatkezelés, adatfeldolgozás, információmegjelenítés. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> történelmi, társadalmi témák vizuális ábrázolása (táblázat, diagram). <i>Földrajz:</i> időjárás, éghajlati és gazdasági statisztikák.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, inte- raktív tábla
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz.	A statisztikai mutatók nyújtotta információk helyes értelmezése. Nagy adathalmaz vizsgálata kevés statisztikai jellemzővel: előnyök és hátrányok.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> statisztikai adatelemzés.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, inte- raktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Adat. Diagram, táblázat. Módusz, medián, átlag. Véletlen kísérlet.			

Továbbhaladás feltételei

- Tájékozott a racionális számkörben.
- Ismeri a részhalmaz, unió, metszet, két halmaz különbsége fogalmakat.
- Ismeri és alkalmazza a hatványozás azonosságait.
- Ismeri számok és kifejezések abszolútértékének fogalmát, alkalmazza a számok normál alakját.
- Biztonsággal használja a másodfokú azonosságokat.
- Biztonsággal végzi a négy alpművelet egyszerű algebrai kifejezésekkel.
- Nagy biztonsággal old meg egyszerű törtes egyenleteket, kétismeretlenes elsőfokú egyenletrendszereket.
- Jól alkalmazza a százalékszámítást gyakorlati feladatokban is.
- Tájékozott az alapfüggvények (lineáris, másodfokú, abszolútérték, $\frac{a}{x}$ tulajdonságaiban
- Képes képlettel megadott függvényt transzformáció segítségével ábrázolni.
- Ismeri a speciális háromszögek, négyszögek és szabályos sokszögek tulajdonságait.
- Ismeri a háromszög nevezetes vonalainak, a háromszög beírt és körülírt körének fogalmát és tulajdonságait.
- Ismeri a körrel kapcsolatos fogalmakat és az érintő tulajdonságait.
- Felhasználja az eltolás és a tükrözés tulajdonságait egyszerű feladatokban.
- Képes számsokaság számtani közepének kiszámítására.
- Ismeri a módusz és a medián fogalmát.
- Alapszinten értelmezi a kördiagram, oszlopdiaagram adatait

10. évfolyam

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	3 óra/hét (102 óra)
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	14 óra
2. Számтан, algebra	40 óra
4. Geometria	38 óra
5. Valószínűség, statisztika	10 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óra- szám 14 óra
Előzetes tudás	Példák halmazokra, geometriai alapfogalmak, alapszerkesztések. Halmazba rendezés több szempont alapján. Gyakorlat szövegek értelmezésében. A matematikai szakkifejezések adott szinthez illeszkedő ismerete. A valós számok halmazának ismerete. Halmazok eszközjellegű használata.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Kommunikáció, együttműködés. A matematika épülése elveinek bemutatása. Igaz és hamis állítások megkülönböztetése. Gondolkodás; ismeretek rendszerezési képességének fejlesztése. Önfejlesztés, önellenőrzés segítése, absztrakciós képesség, kombinációs készség fejlesztése.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<p>Logikai műveletek: „nem”, „és”, „vagy”, „ha...”, „akkor”.</p> <p>(Folyamatosan a 9–12. évfolyamon.)</p>	<p>Matematikai és más jellegű érvelésekben a logikai műveletek felfedezése, megértése, önálló alkalmazása. A köznyelvi kötőszavak és a matematikai logikában használt kifejezések jelentés-tartalmának összevetése. A hétköznapi, nem tudományos szövegekben található matematikai információk felfedezése, rendezése a megadott célnak megfelelően. Matematikai tartalmú (nem tudományos jellegű) szöveg értelmezése.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>		
<p>Szöveges feladatok.</p> <p>(Folyamatos feladat a 9–12. évfolyamon: a szöveg alapján a megfelelő matematikai modell megalkotása.)</p>	<p>Szöveges feladatok értelmezése, megoldási terv készítése, a feladat megoldása és szöveg alapján történő ellenőrzése.</p> <p>Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése. Gondolatmenet lejegyzése (megoldási terv).</p> <p>Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése (a szövegben előforduló információk). Figyelem összpontosítása. Problémamegoldó gondolkodás és szövegfeldolgozás: az indukció és dedukció, a rendszerezés, a következtetés.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p>	<p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés; információk azonosítása és összekapcsolása, a szöveg egységei közötti tartalmi megfelelés felismerése; a szöveg tartalmi elemei közötti kijelentés-érv, ok-okozati viszony felismerése és magyarázata.</p> <p><i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> egészséges életmódra és a családi életre nevelés.</p>	<p>T: Számológép</p>

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	A „minden” és a „van olyan” helyes használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
A matematikai bizonyítás. Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás (folyamatos feladat a 9–12. évfolyamokon). <i>Matematikatörténet:</i> Euklidesz szerepe a tudományosság kialakításában.	Kísérletezés, módszeres próbálkozás, sejtés, cáfolás megkülönböztetése. Érvelés, vita. Érvek és ellenérvek. Ellenpélda szerepe. Mások gondolataival való vitába szállás és a kulturált vitatkozás. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont (pl. a saját és a vitapartner szempontjának) egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> mások érvelésének összefoglalása és figyelembevétele.	T: számítógép, interaktív tábla
Állítás és megfordítása. „Akkor és csak akkor” típusú állítások.	Az „akkor és csak akkor” használata. Feltétel és következmény felismerése a „Ha ..., akkor ...” típusú állítások esetében. Korábbi, illetve újabb (saját) állítások, tételek jelentésének elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű kombinatorikai feladatok: leszámolás, sorbarendezés, gyakorlati problémák. Kombinatorika a mindennapokban.	Rendszerezés: az esetek összeszámlálásánál minden esetet meg kell találni, de minden esetet csak egyszer lehet számításba venni. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Esetfelsorolások, diszkusszió (pl. van-e ismétlődés). Sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás; a sikertelenség okának feltárása (pl. minden feltételre figyelt-e).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás táblázatkezelővel. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> hétköznapi problémák megoldása a kombinatorika eszközeivel. <i>Magyar nyelv és irodalom:</i> periodicitás, ismétlődés és kombinatorika mint szervezőelv poetizált szövegekben.	T: Számológép
A gráffal kapcsolatos alapfogalmak (csúcs, él, fokszám. Egyszerű hálózat szemléltetése.	Gráfok alkalmazása problémamegoldásban. Számítógépek egy munkahelyen, elektromos hálózat a lakásban, település úthálózata stb. szemléltetése gráffal. Gondolatmenet megjelenítése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Kémia:</i> molekulák térszerkezete. <i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel, hálózatok. <i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> pl. családfa. <i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> közlekedés.	TD: Számítógép interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Gráf csúcsa, éle, csúcs fokszáma. Logikai művelet (NEM, ÉS, VAGY. „Ha ..., akkor ...”). Feltétel és következmény. Sejtés, bizonyítás, megcáfolás. Ellentmondás. Faktoriális.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számтан, algebra	Órakeret javasolt óra- szám 40 óra
Előzetes tudás	Számolás racionális számkörben. Prímszám, összetett szám, oszthatósági szabályok. Hatványjelölés. Egyszerű algebrai kifejezések ismerete, zárójel használata. Egyenlet, egyenlet megoldása. Egyszerű szöveg alapján egyenlet felírása (modell alkotása), megoldása, ellenőrzése. Elsőfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban, tapasztalatszerzés. Problémakezelés és -megoldás. Algebrai kifejezések biztonságos ismerete, kezelése. Szabályok betartása, tanultak alkalmazása. Másodfokú egyenletek, egyenletrendszerek megoldási módszerei, a megoldási módszer önálló kiválasztási képességének kialakítása. Gyakorlati problémák matematikai modelljének felállítása, a modell hatókörének vizsgálata, a kapott eredmény összevetése a valósággal; ellenőrzés fontossága. A problémához illő számítási mód kiválasztása, eredmény kerekítése a tartalomnak megfelelően. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotás adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Számológép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A négyzetgyök definíciója. A négyzetgyök azonosságai.	Számológép használata. A négyzetgyök azonosságainak használata konkrét esetekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> fonálinga lengésideje, rezgésidő számítása.	T: Számológép
A másodfokú egyenlet megoldása, a megoldóképlet.	Különböző algebrai módszerek alkalmazása ugyanarra a problémára (szorzattá alakítás, teljes négyzetté kiegészítés). Ismeretek tudatos memorizálása (rendezett másodfokú egyenlet és megoldóképlet összekapcsolódása). A megoldóképlet biztos használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletre vezető gyakorlati problémák, szöveges feladatok.	Matematikai modell (másodfokú egyenlet) megalkotása a szöveg alapján. A megoldás ellenőrzése, gyakorlati feladat megoldásának összevetése a valósággal (lehetőséges-e?).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok.	T: Számológép
Gyöktényező alak. Másodfokú polinom szorzattá alakítása.	Algebrai ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gyökök és együtthatók összefüggései.	Önellenzés: egyenlet megoldásának ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az $f(x) = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) másodfokú függvény ábrázolása és tulajdonságai. Függvénytranszformációk áttekintése az $f(x) = a(x - u)^2 + v$ alak segítségével.	Ismeretek felidézése (algebrai ismeretek és függvénytulajdonságok ismerete). Számítógép használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> egyenletesen gyorsuló mozgás kinematikája. <i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	T: számológép, számítógép TD: számítógép, interaktív tábla
Néhány egyszerű magasabb fokú egyenlet megoldása. <i>Matematikatörténet:</i> részletek a harmad- és ötödfokú egyenlet megoldásának történetéből.	Annak belátása, hogy vannak a matematikában megoldhatatlan problémák.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép interaktív tábla
Egyszerű négyzetgyökös egyenletek.	Megoldások ellenőrzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> például egyenletesen gyorsuló mozgással kapcsolatos kinematikai feladat.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Másodfokú egyenletrendszer. A behelyettesítő módszer.	Egyszerű másodfokú egyenletrendszer megoldása. A behelyettesítő módszerrel is megoldható feladatok. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Egyszerű másodfokú egyenlőtlenségek. $ax^2 + bx + c \geq 0$ (vagy > 0) alakra visszavezethető egyenlőtlenségek ($a \neq 0$).	Egyszerű másodfokú egyenlőtlenség megoldása. Másodfokú függvény eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	TD: számítógép interaktív tábla
Példák adott alaphalmazon ekvivalens és nem ekvivalens egyenletekre, átalakításokra. Alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz. Hamis gyök, gyökvesztés.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése. Halmazok eszközjellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Összefüggés két pozitív szám számtani és mértani közepe között. Gyakorlati példa minimum és maximum probléma megoldására.	Geometria és algebra összekapcsolása az azonosság igazolásánál. Gondolatmenet megfordítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> minimum- és maximumproblémák.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Egyenlet. Alaphalmaz, értelmezési tartomány. Azonosság. Ekvivalens egyenlet. Hamis gyök. Másodfokú egyenlet, diszkrimináns. Egyenletrendszer. Egyenlőtlenség. Számtani közép, mértani közép.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Geometria	Órakeret javasolt óra- szám 38 óra
Előzetes tudás	Tételek, illeszkedés. Sokszögek, háromszögek alaptulajdonságai, négyszögek csoportosítása; speciális háromszögek és négyszögek elnevezése, felismerése, alaptulajdonságaik. Alapszerkesztések, háromszög szerkesztése alapadatokból. Háromszög köré írt kör és beírt kör szerkesztése. Kör és gömb, hasábok, hengerek és gúla felismerése, alaptulajdonságaik. A Pitagorasz-tétel ismerete.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Számítások síkban és térben. A geometriai transzformációk alkalmazása problémamegoldásban. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése. Tájékozódás valóságos viszonyokról térkép és egyéb vázlatok alapján. Összetett számítási probléma lebontása, számítási terv készítése (megfelelő részlet kiválasztása, a részletszámítások logikus sorrendbe illesztése). Valós probléma geometriai modelljének megalkotása, számítások a modell alapján, az eredmények összevetése a valósággal; a valóságos tárgyak formájának és a tanult formáknak az összevetése, gyakorlati számítások (henger, hasáb, kúp, gúla, gömb). Korábbi ismeretek mozgósítása. Számológép, számítógép használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Középpontos hasonlóság, hasonlóság. Arányos osztás. A hasonlósági transzformáció.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép TD: Számítógép interaktív tábla
Hasonló alakzatok.	A megmaradó és a változó tulajdonságok tudatosítása: a megfelelő szakaszok hosszának aránya állandó, a megfelelő szögek egyenlők, a kerület, a terület, a felszín és a térfogat változik.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A háromszögek hasonlóságának alapesetei.	Szükséges és elégséges feltétel megkülönböztetése. Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneshközök
A hasonlóság alkalmazásai. Háromszög súlyvonalai, súlypontja, hasonló síkidomok kerületének, területének aránya.	Új ismeretek matematikai alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> súlypont, tömegközéppont. <i>Vizuális kultúra:</i> összetett arányviszonyok érzékeltetése, formarend, az aranymetszés megjelenése a természetben, alkalmazása a művészetekben.	T: Számológép
A hasonlóság gyakorlati alkalmazásai. Távolság, szög, terület a tervrajzon, térképen.	Modellek alkotása a matematikán belül; matematikán kívüli problémák modellezése: geometriai modell.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Földrajz:</i> térképkészítés, térképolvasás.	T: Számológép
Hasonló testek felszínének, térfogatának aránya.	Annak tudatosítása, hogy nem egyformán változik egy test felszíne és térfogata, ha kicsinyítjük vagy nagyítjuk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Biológia-egészségtan:</i> példák arra, amikor adott térfogathoz nagy felület (pl. fák levelei) tartozik.	T: Számológép
Vektor szorzása valós számmal.	Új műveletfogalom kialakítása és gyakorlása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> Newton II. törvénye.	TD: Számítógép Interaktív tábla

Kulcsfogalmak/Fogalmak	Hasonló. Arány. Vektor, vektorművelet
-------------------------------	---------------------------------------

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	5. Valószínűség, statisztika	Órakeret javasolt óra- szám 10 óra
Előzetes tudás	Valószínűségi kísérletek elvégzése, elemzése. Táblázatok, diagramok olvasása. Százalékszámítás. Diagram, vonaldiagram, oszlopdiagram, kördiagram készítése, olvasása. Táblázat értelmezése, készítése.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A valószínűség fogalmának mélyítése: ismeretek rendszerezése, tapasztalatszerzés újabb kísérletekkel, a kísérletek kiértékelése (relatív gyakoriság, eloszlás), következtetések. Számítógép használata az adatok rendezésében, értékelésében, ábrázolásában.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Véletlen esemény és bekövetkezé- sének esélye, valószínűsége.	A véletlen esemény szimmetria alapján, logikai úton vagy kísér- leti úton megadható, megbecsül- hető esélye, valószínűsége. Kísérletek, játékok csoportban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbe- szélés.	<i>Biológia-egészségtan:</i> örök- lés, mutáció.	
Valószínűségi kísérlet,	Valószínűségi kísérletek elvégzése, gyakorisági, relatív gyakorisági táblázatok készítése	Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmekkel); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére	Különböző szerencsejátékok (lottó, totó, póker, black jack, internetes sportfogadások) esetében a nyerési esély összehasonlítása	Számológép, dinamikus szoftverek

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Diszkrét valószínűség-eloszlások	Diszkrét valószínűség-eloszlások ábrázolása hagyományos és digitális eszközzel	Konkrét valószínűségi kísérletek végrehajtása vagy dinamikus szoftver segítségével történő szimulálása (például dobások szabályos dobókockákkal, pénzérmével); a kapott gyakoriságok és relatív gyakoriságok táblázatba foglalása; tippelés az egyes kimenetekre és becslés a bekövetkezésük valószínűségére	Fizika – jelenségek vizsgálata, Gazdasági folyamatok vizsgálata	Számológép, dinamikus szoftverek
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Véletlen kísérlet. Biztos esemény, lehetetlen esemény. Gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség. valószínűségi kísérlet, esemény, elemi esemény, diszkrét valószínűség-eloszlás			

Továbbhaladás feltételei

- Különbséget tesz kimondott és bebizonyított összefüggések között.
- Megtud oldani egyszerű sorbarendezési és kiválasztási feladatokat konkrét elemszám esetén.
- Tájékozott a valós számok halmazának felépítésében
- Biztonsággal alkalmazza a másodfokú egyenletmegoldóképletét.
- Ismeri két pozitív szám számtani közepét.
- Gyakorlata van másodfokú egyenletre vezető egyszerű szöveges feladatok megoldásában.
- Alapszinten képes egyszerű négyzetgyökös egyenlet megoldására és a megoldások ellenőrzésére.
- Érti a hasonlóság szemléletes tartalmát.
- Felismeri a hasonlóság lehetőségét egyszerű gyakorlati feladatokban.
- Ismeri a háromszöghasonlósági alapeseteit és alkalmazza egyszerű esetekben.
- Ismeri a háromszög súlyvonalának és súlypontjának fogalmát.
- Ki tudja számolni hasonló síkidomok területének, hasonló testek térfogatának arányát.
- Jól alkalmazza a gyakoriság, relatív gyakoriság, esély, valószínűség fogalmát feladatokban.

11–12. évfolyam

A 11–12. évfolyamon a tanulási-tanítási folyamatra jellemző, hogy az ismeretek jellege egyre absztraktabb és formálisabb, a matematika belső logikája egyre jobban érvényesül. Ebben a szakaszban az egyik nagyon fontos didaktikai cél a szimbolikus gondolkodás fejlesztése. A tanulóknak a korábban elsajátított készségekre, képességekre és ismeretanyagra támaszkodva kell eljutniuk az absztrakt összefüggések megértéséhez és tudatos alkalmazásához. Tudatosítani kell a matematikai fogalmak pontos definiálásának fontosságát és a matematikai bizonyítások szerepét. Amellett, hogy a lehetséges alkalmazásokat minden egyes témakör kapcsán szem előtt kell tartani, fontos, hogy a tanulók lássák az egyes matematikai területek kapcsolatát is.

Ebben a szakaszban is fontos cél, hogy az ismeretszerzési folyamat során a tanuló a tanár által irányított módon, a feladatok megoldása mentén maga fedezze fel az összefüggéseket, általánosítási lehetőségeket, megoldási módokat. A kooperatív munkaformák, a csoportmunkában megoldandó projektfeladatok ebben a szakaszban is fejlesztik a matematikai kommunikációt. Az érettségi vizsgára készüléskor egyre nagyobb hangsúlyt kap a tanulók önálló munkája mind a feladatmegoldásokban, mind a tanultak ismételésében, rendszerezésében. A digitális eszközök, dinamikus szoftverek, online felületek támogatják a szemléltetést, a megértést, a felfedeztetést és a gyakorlást.

A 11–12. évfolyamon is jellemző, hogy a megjelenő témakörök tartalmának egy része folytatása, kiterjesztése és kiegészítése a korábbi szakaszokban is megjelenő tananyagtartalmaknak. Bizonyos témakörök azonban ebben a szakaszban jelennek meg először. Ilyen a racionális kitevőjű hatvány, az exponenciális függvény, a logaritmus, a számtani és mértani sorozatok, a trigonometria, a koordinátageometria és a térgeometria. Vannak olyan témakörök, amelyek ismeretei megjelennek más terület tanítása során is, ezért az egyes részekhez javasolt óraszámok ebben a szakaszban sem jellemeznek feltétlenül időben összefüggő egységet. Az algebrai eszközök és a függvényekkel kapcsolatos ismeretek bővülése, a trigonometria és a koordinátageometria alapjainak megjelenése, valamint a statisztikai és valószínűségi szemlélet mélyülése további lehetőségeket nyújt változatos hétköznapi és matematikai problémák megoldására. A matematikai eszköztár bővülése ebben a szakaszban teszi leginkább lehetővé, hogy a tanulók más tantárgyakban, más tanulási területeken is alkalmazni tudják matematikai tudásukat.

Témakörök

	Javasolt óraszámok	
	3 óra/hét (102 óra)	
1. Gondolkodási és megismerési módszerek	10 óra	
2. Számelmélet, algebra	34 óra	
3. Geometria	36 óra	
4. Valószínűség, statisztika	22 óra	
Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Gondolkodási és megismerési módszerek	Órakeret javasolt óra- szám 10 óra

Előzetes tudás	Sorbarendezési, leszámítási problémák megoldása. Gráffal kapcsolatos alapfogalmak.
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Mintavétel céljának, értelmének megértése. Gráfokkal kapcsolatos ismeretek alkalmazása, bővítése, konkrét példák alapján gráfokkal kapcsolatos állítások megfogalmazása. A modellhasználati, modellalkotási képesség fejlesztése.

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Vegyes kombinatorikai feladatok, kiválasztási feladatok. A kombinatorika alkalmazása egyszerű geometriai feladatokban. Mintavétel visszatevés nélkül és visszatevéssel. <i>Matematikatörténet:</i> Erdős Pál.	Modell alkotása valós problémához: kombinatorikai modell. Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Földrajz:</i> előrejelzések, tendenciák megfogalmazása <i>Biológia-egészségtan:</i> genetika	T: Számológép Számítógép Interaktív tábla
Binomiális együtthatók.	Jelek szerepe, alkotása, használata: célszerű jelölés megválasztásának jelentősége a matematikában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Gráfelméleti alapfogalmak, alkalmazásuk. Fokszám összeg és az élek száma közötti összefüggés. <i>Matematikatörténet:</i> Euler.	Modell alkotása valós problémához: gráfmodell. Megfelelő, a problémát jól tükröző ábra készítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Számítógép Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Mintavétel visszatevéssel, visszatevés nélkül.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Számelmélet, algebra			Órakeret javasolt óra- szám 34 óra
Előzetes tudás	Számhalmazok, oszthatóság. Hatvány fogalma egész kitevőre, hatványozás azonosságai. Egyenlet, egyenlőtlenség megoldása. Ekvivalens egyenlet fogalma.			
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár			
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, függvénytablázat			
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: valós problémák megoldása megfelelő modell választásával. A matematika alkalmazása más tudományokban. Ismeretek rendszerezése, alkalmazása. A matematika épülésének elvei: létező fogalom újraértelmezése, kiterjesztése. A fogalmak kiterjesztése követelményeinek megértése. Függvénytulajdonság alkalmazása egyenlet megoldásánál (pl. szigorú monotonitás).			
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Tan eszközök
Számelmélet elemei. A tanult oszthatósági szabályok. Prímtényező felbontás, legna- gyobb közös osztó, legkisebb közös többszörös. Relatív prímekek. <i>Matematikatörténeti és számelmé- leti érdekességek.</i> Számok felírása 10-estől különböző alapú számrendszerbe	A tanult oszthatósági szabályok rendszerezése. Prímtényező felbontás, legnagyobb közös osztó, legkisebb közös többszö- rös meghatározása a felbontás segítségével. Egyszerű oszthatósági feladatok, Gondolatmenet követése, egysze- rű gondolatmenet megfordítása. Érvelés.-	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbe- szélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	Informatika	T: számológép interaktív tábla
n-edik gyök. A négyzetgyök fogalmának álta- lánosítása.	A matematika belső fejlődésének felismerése, új fogalmak alkotá- sa.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbe- szélés. Frontális munka.		T: Számológép
Hatványozás pozitív alap és raci- onális kitevő esetén.	Fogalmak módosítása újabb ta- pasztalatok, ismeretek alapján. A hatványfogalom célszerű kiter- jesztése, permanenciaelv alkal- mazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbe- szélés. Frontális munka.		T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hatványozás azonosságainak alkalmazása. Példák az azonosságok érvényben maradására.	Ismeretek tudatos memorizálása. Ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.		T: Számológép
Az exponenciális függvények ábrázolása hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai	Ábrázolás hagyományosan és számítógéppel, a függvények tulajdonságai	Különböző alapú exponenciális függvények ábrázolása milliméterpapíron, és a kapott grafikonok összehasonlítása csoportmunkában	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	
A definíciók és a hatványozás azonosságainak közvetlen alkalmazásával megoldható exponenciális egyenletek.	Modellek alkotása (algebrai modell): exponenciális egyenltre vezető valós problémák (például: befektetés, hitel, értékcsökkenés, népesség alakulása, radioaktivitás).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> radioaktivitás. <i>Földrajz; biológia-egészségtan:</i> globális problémák - demográfiai mutatók, a Föld eltartó képessége és az élelmezési válság, betegségek, világjárványok, túltermelés és túlfogyasztás.	T: Számológép
A logaritmus értelmezése. <i>Matematikatörténet:</i> A logaritmussal való számolás szerepe (például a Kepler-törvények felfedezésében).	Korábbi ismeretek felidézése (hatvány fogalma). Ismeretek tudatos memorizálása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Fizika:</i> Kepler-törvények.	T: Számológép TD: interaktív tábla
Zsebszámológép használata, táblázat használata.	Annak felismerése, hogy a technika fejlődésének alapja a matematikai tudás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia:</i> számítási feladatok. <i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.	T: Számológép függvénytáblázat

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Áttérés más alapú logaritmusra.	A hatványozás és a logaritmus kapcsolatának felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Matematikatörténeti érdekességek (például déloszi probléma)		Projekt munka	<i>Életvitel és gyakorlat:</i> zajszennyezés. <i>Kémia:</i> pH-számítás. <i>Biológia-egészségtan:</i> érzékelés, az inger és az érzet.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	n-edik gyök. Racionális kitevőjű hatvány. Exponenciális növekedés, csökkenés. Logaritmus.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Geometria	Órakeret javasolt óra- szám 36 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Hegyesszög szinusza, koszinusza, tangense és kotangense.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép
A Pitagorasz-tétel és a hegyesszög szögfüggvényeinek alkalmazása a derékszögű háromszög hiányzó adatainak kiszámítására. Távolságok és szögek számítása gyakorlati feladatokban, síkban és térben.	A valós problémák matematikai (geometriai) modelljének megalkotása, a problémák önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> erővektor felbontása derékszögű összetevőkre.	T: Számológép TD: Testmodellek

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Tompaszög szinusz, koszinusz, tangense		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka		
Színusztétel, koszinusztétel.	Általános eset, különleges eset viszonya (a derékszögű háromszög és a két tétel).	Tanulói kiselőadás a trigonometrikus ismeretek hétköznapi életben, munkában való felhasználhatóságáról, például: lakberendezés, ácsmunka, GPS működése	<i>Fizika:</i> vektor felbontása adott állású összetevőkre. <i>Földrajz:</i> térábrázolás és tér-megismerés eszközei, GPS.	T: Számológép
Síkidomok kerületének és területének számítása.	Ismeretek alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Földrajz:</i> felszínszámítás.	T: Számológép
Pitagoraszi összefüggés egy szög szinusz és koszinusz között. Összefüggés a szög és a mellékszöge szinusz, illetve koszinusz között. A tangens kifejezése a szinusz és a koszinusz hányadosaként.	A trigonometrikus azonosságok megértése, használata. Függvénytáblázat alkalmazása feladatok megoldásában.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Két vektor skaláris szorzata. A skaláris szorzat tulajdonságai. Két vektor merőlegességének szükségessége és elégséges feltétele.	A művelet újszerűségének felfedezése. A szükséges és az elégséges feltétel felismerése, megkülönböztetése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> mechanikai munka, mágneses fluxus.	
Helyvektor.	Emlékezés: jelek, jelölések, megállapodások.	Frontális munka	<i>Fizika:</i> vonatkoztatási rendszer, hely megadása.	

Műveletek koordinátaikkal adott vektorokkal. Vektorok és rendezett számpárok közötti megfeleltetés.	A vektor fogalmának bővítése (algebrai vektorfogalom). Sík és tér: a dimenzió szemléletes fogalmának fejlesztése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> erők összeadása komponensek segítségével, háromdimenziós képzőanyag (hologram).	T: Számológép
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A helyvektor koordinátái. Szakasz felezőpontjának, harmadoló pontjának, a háromszög súlypontjának koordinátái.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika:</i> hely megadása.	T: Számológép
Két pont távolsága, a szakasz hossza.	Képletek értelmezése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
A kör egyenlete.	Geometria és algebra összekapcsolása.	„Célba lövés”: játék körökkel a koordináta-rendszerben	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Az egyenes különböző megadási módjai. Az irányvektor, a normálvektor, az iránytangens.	Megosztott figyelem; két, illetve több szempont egyidejű követése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> pontthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Iránytangens és az egyenes meredeksége.		Frontális munka	<i>Fizika:</i> út-idő grafikon és a sebesség kapcsolata.	T: Számológép
A merőlegesség megfogalmazása skaláris szorzattal.	Geometriai ismeretek felelevenítése, megfogalmazása algebrai alakban.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Az egyenes egyenlete. Két egyenes párhuzamosságának, merőlegességének feltétele.	Az egyenest jellemző adatok, a közöttük felfedezhető összefüggések értése, használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép

Két egyenes metszéspontja.	Geometriai probléma megoldása algebrai eszközökkel. Ismeretek mozgósítása, alkalmazása (elsőfokú, illetve másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> ponthalmaz megjelenítése képernyőn (geometriai szerkesztőprogram).	T: Számológép
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
A koordinátageometriai ismeretek alkalmazása egyszerű síkgeometriai feladatok megoldásában.	Geometriai problémák megoldása algebrai eszközökkel. Geometriai problémák számítógépes megjelenítése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. „Oroszlánfogás”: lineáris egyenlőtlenségrendszer megoldása grafikusán, digitális eszköz segítségével	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (geometriai szerkesztőprogram használata). <i>Fizika:</i> égitestek pályája.	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Valós szám szinusza, koszinusza, tangense. Bázisrendszer, helyvektor. Skaláris szorzat. Ponthalmaz egyenlete; kétismeretlenes egyenletnek megfelelő ponthalmaz.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	4. Valószínűség, statisztika				Órakeret javasolt óra- szám 22 óra
Előzetes tudás	A statisztika alapfogalmai. Adathalmaz statisztikai jellemzői, adathalmaz ábrázolása. Táblázatok kezelése. A véletlen esemény fogalma, a véletlen kísérlet fogalma. Gyakoriság, relatív gyakoriság. Esély és valószínűség hétköznapi fogalma. Kombinatorikai ismeretek.				
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár				
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla				
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Ismeretek rendszerezése, alkalmazása, bővítése. Műveletek értelmezése az események között. Matematikai elvonatkoztatás: a valószínűség matematikai fogalmának fejlesztése. Véletlen mintavétel módszerei jelentőségének megértése.				
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök	
Eseményekkel végzett műveletek. Példák események összegére, szorzatára, komplementer eseményre, egymást kizáró eseményekre. Elemi események. Események előállítása elemi események összegeként. Példák független és nem független eseményekre.	A matematika különböző területei közötti kapcsolatok tudatosítása. Logikai műveletek, halmazműveletek és események közötti műveletek összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> folyamatok, kapcsolatok leírása logikai áramkörökkel.		
Véletlen esemény, valószínűség. A valószínűség matematikai definíciójának bemutatása példákon keresztül.	A véletlen kísérletekből számított relatív gyakoriság és a valószínűség kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.			
A valószínűség klasszikus modellje. <i>Matematikatörténet:</i> Rényi: Levelek a valószínűségről.	A modell és a valóság kapcsolata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás		T: Számológép Interaktív tábla	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Egyszerű valószínűség-számítási problémák.	Ismeretek mozgósítása, tanult kombinatorikai módszerek alkalmazása.	Orvosi tesztek eredményének esélyelemzése fagráf segítségével	<i>Fizika:</i> az űrkutatás hatása mindennapjainkra, a találkozás valószínűsége.	T: Számológép
Statisztikai mintavétel. Valószínűségek visszatevéses mintavétel esetén, a binomiális eloszlás. Visszatevés nélküli mintavétel.	Modell alkotása (valószínűségi modell): a mintavételi eljárás lényege.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata.	T: Számológép
Adathalmazok jellemzői: átlag, medián, módusz, terjedelem, szórási. Nagy adathalmazok jellemzése statisztikai mutatókkal.	A statisztikai kimutatások és a valóság: az információk kritikus értelmezése, az esetleges manipulációs szándék felfedeztetése. Közvélemény-kutatás, minőségellenőrzés, egyéb gyakorlati alkalmazások elemzése. Számológép/számítógép használata statisztikai mutatók kiszámítására.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	események összege, események szorzata, esemény komplementere, egymást kizáró események, független események, geometriai valószínűség, visszatevéses mintavétel, visszatevés nélküli mintavétel, várható érték			

Továbbhaladás feltételei

- Képes egyszerű kombinatorikai feladatok megoldására.
- Ismeri a gráf szemléletes fogalmát, képes egyszerű alkalmazásokra.
- Biztonsággal alkalmazza a hatványozás azonosságait egész kitevő esetén.
- Ismeri a logaritmus fogalmát.
- Képes megoldani egyszerű exponenciális, logaritmusos egyenleteket.
- Tájékozott az alapfüggvények grafikonjait és legfontosabb tulajdonságait (értelmezési- tartomány, értékkészlet, zérushely, szélsőérték) illetően.
- Ismeri és alkalmazza a vektorműveleteket (összeadás, kivonás, skalárral való szorzás).
- Alkalmazza a szinusztételt és a koszinusztételt a háromszög hiányzó adatainak meghatározására.
- Képes vektorok koordinátaival számolni.
- Ki tudja számolni szakasz felezőpontjának koordinátáit.
- Fel tudja írni a kör középponti egyenletét.
- Ismeri és alkalmazza az egyenes (egy szabadon választott) egyenletét.
- Meg tudja határozni két egyenes metszéspontjának koordinátáit.
- Képes egyszerű valószínűségi feladatok megoldására.
- Adott cél érdekében tudatos adatgyűjtést és rendszerezést végez;
- Hagyományos és digitális forrásból származó adatsokaság alapvető statisztikai jellemzőit meghatározza, értelmezi és értékeli;
- Ismeri és alkalmazza a sodrófa (box-plot) diagramot adathalmazok jellemzésére, összehasonlítására;
- Felismer grafikus manipulációkat diagramok esetén

11. évfolyam

Témakörök

	Javasolt óraszámok
	4 óra/hét (120 óra)
1. Összefüggések, függvények, sorozatok	35 óra
2. Geometria	32 óra
3. Rendszerező összefoglalás	53 óra

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	1. Összefüggések, függvények, sorozatok	Órakeret javasolt óra- szám 35 óra
Előzetes tudás	Függvénytani alapfogalmak. Hatványozás azonosságai. Négyzetgyök. Függvény megadása, tulajdonságai. Hegyesszög szögfüggvényeinek értelmezése. A folyamatok elemzése a függvényelemzés módszerével. Tájékozódás az időben: lineáris folyamat, exponenciális folyamat.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika és a valóság: matematikai modellek készítése, vizsgálata. Alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően. Sorozat vizsgálata; rekurzió, képletek értelmezése. Ismerethordozók használata.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Tan eszközök
A számsorozat fogalma. A függvény értelmezési tartománya a pozitív egész számok halmaza. <i>Matematikatörténet:</i> Fibonacci.	Sorozat megadása rekurzióval és képlettel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.	<i>Informatika:</i> problémamegoldás informatikai eszközökkel és módszerekkel: algoritmusok megfogalmazása, tervezése.	T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Számtani sorozat, az n. tag, az első n tag összege. <i>Matematikatörténet:</i> Gauss.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép Interaktív tábla TD: Interaktív tábla
Mértani sorozat, az n. tag, az első n tag összege.	A sorozat felismerése, a megfelelő képletek használata problémamegoldás során. A számtani sorozat mint lineáris függvény és a mértani sorozat mint exponenciális függvény összehasonlítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia, biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> exponenciális folyamatok vizsgálata.	T: Számológép

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Kamatokamat-számítás.	<p>Modellek alkotása: befektetés és hitel; különböző feltételekkel meghirdetett befektetések és hitelek vizsgálata; a hitel költségei, a törlesztés módjai.</p> <p>Az egyéni döntés felelőssége: az eladósodás veszélye.</p> <p>Korábbi ismeretek mozgósítása (pl. százalékszámítás).</p> <p>A szövegbe többszörösen mélyen beágyazott, közvetett módon megfogalmazott információk és kategóriák azonosítása.</p>	<p>Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés.</p> <p>Frontális munka.</p> <p>Tanulói kiselőadás.</p>	<p><i>Földrajz:</i> a világgazdaság szerveződése és működése, a pénztőke működése, a monetáris világ jellemző folyamatai, hitelezés, adósság, eladósodás.</p> <p><i>Történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> a család pénzügyei és gazdálkodása, vállalkozások.</p> <p><i>Magyar nyelv és irodalom:</i> szövegértés.</p>	T: Számológép
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Számsorozat. Rekurzió. Számtani sorozat, mértani sorozat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	2. Geometria	Órakeret javasolt óra- szám 32 óra
Előzetes tudás	Sokszögekkel, körrel kapcsolatos ismeretek. Ponthalmazok, nevezetes pontthalmazok ismerete. Háromszög nevezetes vonalai, pontjai, körei. Háromszögekre, speciális háromszögekre vonatkozó tételek. Egybevágóság, hasonlóság, szimmetria. Hegyesszögek szögfüggvényei. Ekvivalens egyenlet. Elsőfokú és másodfokú egyenlet, kétismeretlenes egyenletrendszer algebrai megoldása. Alapszerkesztések, egyszerű szerkesztési feladatok körrel, háromszöggel kapcsolatosan. Vektorok, vektorműveletek. Hasáb, henger, gúla, kúp, gömb felismerése. Felszín, térfogat szemléletes fogalma. Poliéder felszíne. Számológép (számítógép) használata. A matematika két területének (geometria és algebra) összekapcsolása: koordináta-geometria.	
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár	
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla, testmodellek	
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	Tájékozódás a térben. Tájékozódás a világ mennyiségi viszonyaiban: távolságok, szögek, terület, kerület, felszín és térfogat kiszámítása. Emlékezés, korábbi ismeretek rendszerezése, alkalmazása.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Mértani testek csoportosítása. Hengerszerű testek (hasábok és hengerek), kúpszerű testek (gúla és kúpok), csonka testek (csonka gúla, csonka kúp). Gömb.	A problémához illeszkedő vázlatos ábra alkotása; síkmetszet elképzelése, ábrázolása. Fogalomalkotás közös tulajdonság szerint (hengerszerű, kúpszerű testek, poliéderek).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program). <i>Kémia:</i> kristályok.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
A tanult testek felszínének, térfogatának kiszámítása. Gyakorlati feladatok.	A valós problémákhoz modell alkotása: geometriai modell. Ismeretek megfelelő csoportosítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Informatika:</i> tantárgyi szimulációs programok használata (térgeometriai szimulációs program).	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Felszín, térfogat.			

Tematikai egység/ Fejlesztési cél	3. Rendszerező összefoglalás				Órakeret javasolt óra- szám 53 óra
Előzetes tudás	A középiskolai matematika anyaga.				
További feltételek	Személyi: matematika szakos tanár				
	Tárgyi: számítógép, projektor, interaktív tábla				
A tematikai egység nevelési-fejlesztési céljai	A matematika épülésének elvei: ismeretek rendszerezése, alkalmazása. Motiválás. Emlékezés. Önismeret, önértékelés, reflektálás, önszabályozás. Alkotás és kreativitás: alkotás öntevékenyen, saját tervek szerint; alkotások adott feltételeknek megfelelően; átstrukturálás. Hatékony, önálló tanulás kompetenciájának fejlesztése.				
Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, mód- szerek, szervezési- és mun- kaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök	
<i>1. Gondolkodási és megismerési módszerek</i>					
Halmazok. Ponthalmazok és számhalmazok. Valós számok halmaza és részhalmazai.	A problémának megfelelő szemléltetés kiválasztása (Venn-diagram, számegyenes, koordináta-rendszer).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla	
Állítások logikai értéke. Logikai műveletek.	Szövegértés. A szövegben található információk összegyűjtése, rendszerezése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Filozófia:</i> logika - a következetes és rendezett gondolkodás elmélete, a logika kapcsolódása a matematikához és a nyelvészethez.	T: Számológép TD: Interaktív tábla	

			<p><i>Informatika:</i> Egy bizonyos, nemrég történt esemény információinak begyűjtése több párhuzamos forrásból, ezek összehasonlítása, elemzése, az igazságtartalom keresése, a manipulált információ felfedése.</p> <p>Navigációs eszközök használata: hierarchizált és legördülő menük használata.</p>	
A halmazelméleti és a logikai ismeretek kapcsolata.	Halmazok eszközzellegű használata.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Definíció és tétel. A tétel bizonyítása. A tétel megfordítása.	Emlékezés a tanult definíciókra és tételekre, alkalmazásuk önálló problémamegoldás során.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		
Bizonyítási módszerek.	Direkt és indirekt bizonyítás közötti különbség megértése. Néhány tipikusan hibás következtetés bemutatása, elemzése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Filozófia:</i> szillogizmusok.	

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Kombinatorika: leszámítási feladatok. Egyszerű feladatok megoldása gráfokkal.	Sorbarendezési és kiválasztási problémák felismerése. Gondolatmenet szemléltetése gráffal.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Műveletek értelmezése és műveleti tulajdonságok.	Absztrakt fogalom és annak konkrét megjelenései: valós számok halmazán értelmezett műveletek, halmazműveletek, logikai műveletek, műveletek vektorokkal, műveletek vektorral és valós számmal, műveletek eseményekkel.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
<i>2. Számtan, algebra</i>				
Gyakorlati számítások.	Kerekítés, közelítő érték, becslés. Számológép használata, értelmes kerekítés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat:</i> alapvető adózási, biztosítási, egészség-, nyugdíj- és társadalombiztosítási, pénzügyi ismeretek.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletek és egyenlőtlenségek.	Megoldások az alaphalmaz, értelmezési tartomány, megoldáshalmaz megfelelő kezelésével.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Algebrai azonosságok, hatványozás azonosságai, trigonometrikus azonosságok.	Az azonosságok szerepének ismerete, használatuk. Matematikai fogalmak fejlődésének bemutatása pl. a hatvány, illetve a szögfüggvények példáján.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek:</i> képletek használata	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Tananyagok
Egyenletek és egyenlőtlenségek megoldása. Algebrai megoldás, grafikus megoldás. Ekvivalens egyenletek, ekvivalens átalakítások. A megoldások ellenőrzése.	Adott egyenlethez illő megoldási módszer önálló kiválasztása. Az önellenőrzésre való képesség. Önfegyelem fejlesztése: sikertelen megoldási kísérlet után újjal való próbálkozás.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Első- és másodfokú egyenlet és egyenlőtlenség. Négyzetgyökös egyenletek. Abszolút értéket tartalmazó egyenletek. Egyszerű exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenletek.	Tanult egyenlet típusok és egyenlőtlenség típusok önálló megoldása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Elsőfokú és egyszerű másodfokú kétismeretlenes egyenletrendszer megoldása.	A tanult megoldási módszerek biztos alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenletekre, egyenlőtlenségekre vezető gyakorlati életből vett és szöveges feladatok.	Matematikai modell (egyenlet, egyenlőtlenség) megalkotása, vizsgálatok a modellben, ellenőrzés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika; kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>3. Összefüggések, függvények, sorozatok</i>				
A függvény megadása. A függvények tulajdonságai.	Emlékezés: a fogalmak pontos felidézése, ismerete. Értelmezési tartomány, értékészlet, zérushely, szélsőérték, monotonitás, periodicitás, paritás fogalmak alkalmazása konkrét feladatokban. Az alapfüggvények ábrázolása és tulajdonságai.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
A tanult alapfüggvények ismerete.	Képi emlékezés statikus helyzetekben (grafikonok felidézése).	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvénytranszformációk: $f(x) + c$, $f(x + c)$; $cf(x)$; $f(cx)$. Eltolás, nyújtás és összenyomás a tengelyre merőlegesen.	Kapcsolat a matematika két területe között: függvénytranszformációk és geometriai transzformációk.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Függvényvizsgálat a tanult szempontok szerint.	Emlékezés, ismeretek mozgósítása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
	Függvények használata valós folyamatok elemzésében. Függvény alkalmazása matematikai modell készítésében.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Fizika, kémia; biológia-egészségtan; földrajz; történelem, társadalmi és állampolgári ismeretek: matematikai modellek.</i>	T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>4. Geometria</i>				
Geometriai alapfogalmak, pont-halmazok.		Frontális munka.		TD: Interaktív tábla
Tételek kölcsönös helyzete, távolsága, szöge. Távolságok és szögek kiszámítása.	Valós problémában a megfelelő geometriai fogalom felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Geometriai transzformációk. Távolságok és szögek vizsgálata a transzformációknál.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egybevágóság, hasonlóság. Szimmetriák.	Szerepük felfedezése művészetekben, játékokban, gyakorlati jelenségekben.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Háromszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. A háromszög nevezetes vonalai, pontjai és körei. Összefüggések a háromszög oldalai, oldalai és szögei között. A derékszögű háromszög oldalai, oldalai és szögei közötti összefüggések.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés. A problémának megfelelő összefüggések felismerése, alkalmazása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Négyszögekre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Négyszögek csoportosítása különböző szempontok szerint. Szimmetrikus négyszögek tulajdonságai.	Állítások, tételek jelentésére való emlékezés.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
Körre vonatkozó tételek és alkalmazásuk. Számítási feladatok.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektorok, vektorok koordinátái. Bázisrendszer. <i>Matematikatörténet:</i> a vektor fogalmának fejlődése a fizikai vektorfogalomtól a rendezett szám n-esig.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Vektorok alkalmazásai.		Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.		T: Számológép TD: Interaktív tábla
Egyenes egyenlete. Kör egyenlete. Két egyenes közös pontja. <i>Matematikatörténet:</i> nevezetes szerkeszthetőségi problémák.	Geometria és algebra összekapcsolása.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka. Tanulói kiselőadás.		T: Számológép TD: Interaktív tábla

Ismeretek	Fejlesztési követelmények	Pedagógiai eljárások, módszerek, szervezési- és munkaformák	Kapcsolódási pontok	Taneszközök
<i>5. Valószínűség-számítás, statisztika</i>				
Diagramok. Statisztikai mutatók: módusz, medián, átlag, szórás.	Adathalmazok jellemzése önállóan választott mutatók segítségével. A reprezentatív minta jelentőségének megértése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Magyar nyelv és irodalom:</i> a tartalom értékelése hihetőség szempontjából; a szöveg hitelességével kapcsolatos tartalmi elemek magyarázata; a kétértelmű, többjelentésű tartalmi elemek feloldása; egy következtetés alapját jelentő tartalmi elem felismerése; az olvasó előismereteire alapozó figyelemfelhívó jellegű címadás felismerése.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Gyakoriság, relatív gyakoriság. Véletlen esemény valószínűsége. A valószínűség kiszámítása a klasszikus modell alapján. A véletlen törvényszerűségei.	A valószínűség és a statisztika törvényei érvényesülésének felfedezése a termelésben, a pénzügyi folyamatokban, a társadalmi folyamatokban. A szerencsejátékok igazságtalanságának és a játékszenvedély veszélyeinek felismerése.	Feladatmegoldás önállóan és csoportmunkában, közös megbeszélés. Frontális munka.	<i>Technika, életvitel és gyakorlat; biológia-egészségtan:</i> szenvedélybetegségek és rizikófaktor.	T: Számológép TD: Interaktív tábla
Kulcsfogalmak/Fogalmak	Következtetés. Definíció. Tétel. Bizonyítás. Halmaz, alaphalmaz, igazsághalmaz, megoldáshalmaz. Függvény/transzformáció. Értelmezési tartomány. Művelet, műveleti tulajdonság. Egyenlet, azonosság, egyenletrendszer, egyenlőtlenség. Ekvivalencia. Ellenőrzés. Véletlen, valószínűség. Adat, statisztikai mutató. Tételelem, mennyiségi jellemző (távolság, szög, kerület, terület, felszín, térfogat). Matematikai modell.			